

FACULDADES INTEGRADAS DE CARATINGA

**NORTHON BERNARDES MARTINS
ROMÁRIO SOARES RIBEIRO RODRIGUES**

**ANÁLISE QUANTITATIVA NO CÁLCULO DE MOMENTOS FLETORES E
ARMADURA EM LAJES MACIÇAS DE CONCRETO ARMADO UTILIZANDO
DIFERENTES MÉTODOS DE DIMENSIONAMENTO**

CARATINGA

2017

**NORTHON BERNARDES MARTINS
ROMÁRIO SOARES RIBEIRO RODRIGUES**

FACULDADES INTEGRADAS DE CARATINGA

**ANÁLISE QUANTITATIVA NO CÁLCULO DE MOMENTOS FLETORES E
ARMADURA EM LAJES MACIÇAS DE CONCRETO ARMADO UTILIZANDO
DIFERENTES MÉTODOS DE DIMENSIONAMENTO**

Trabalho de conclusão de curso
apresentado ao Curso de Engenharia Civil
das Faculdades Integradas de Caratinga,
como requisito parcial à obtenção do título
de Bacharel em Engenharia Civil.

Área de concentração: Estruturas

Orientador: José Nelson Vieira Rocha.

CARATINGA

2017

TERMO DE APROVAÇÃO

O Trabalho de Conclusão de Curso intitulado: Análise qualitativa no cálculo de momentos fletores e armadura em lajes maciças de concreto armado utilizando diferentes métodos de dimensionamento, elaborado pelo(s) aluno(s) Romário Soares Ribeiro Rodrigues e Northon Bernades Martins foi aprovado por todos os membros da Banca Examinadora e aceito pelo curso de ENGENHARIA CIVIL das FACULDADES DOCTUM CARATINGA, como requisito parcial da obtenção do título de

BACHAREL EM ENGENHARIA CIVIL.

Caratinga 6 de Dezembro de 2017



José Nelson
Prof. Orientador



José Soares
Prof. Avaliador 1



Camila Silva
Prof. Examinador 2

AGRADECIMENTOS

Uma etapa muito importante em nossas vidas, um lugar que nos proporcionou um crescimento intelectual, ético e social muito grande, abrindo nossos campos de visão para diversas áreas que podemos atuar, seguir carreira em rumos diferentes.

Felizes por terminarmos mais uma grande e importante fase em nossas vidas. Fase no qual agregamos muito conhecimentos e pudemos amadurecer e crescer como profissionais e como Homens.

Obrigado primeiramente a Deus por ter nos dado a inteligência e a força de vontade para que pudéssemos lutar e ir atrás dos nossos sonhos, não deixando que desistíssemos apesar das dificuldades.

Aos nossos pais e familiares que estiveram junto conosco nessa caminhada nos dando força e alívio nos momentos difíceis que enfrentamos.

Aos nossos professores pela paciência e por toda sabedoria e informações que nos passaram para que pudéssemos ser profissionais melhores. Em especial ao nosso orientador José Nelson, por todo suporte e disponibilidade de tempo para que conseguíssemos concluir esse trabalho em um período de tempo muito curto.

A Dayane Bicalho que nos ajudou para que fosse possível o término desse trabalho.

Aos nossos amigos e colegas de curso que estiveram com nós durante esses cinco anos crescendo e amadurecendo e aturando as mais diversas brincadeiras.

A todos aqueles que estiveram diretamente ou indiretamente envolvidos durante o período da nossa graduação nosso muito obrigado.

Northon Bernardes Martins
Romário Soares Ribeiro Rodrigues

RESUMO

Nesta monografia é proposta uma análise comparativa dos métodos de dimensionamento de lajes por meio da utilização das tabelas de Marcus e Bares e o auxílio do programa de dimensionamento de estruturas CYPECAD, para a obtenção dos valores de momentos necessários para o comparativo. Foi designado para esta análise um pavimento contendo seis lajes retangulares para o cálculo de seus momentos, compatibilizados e corrigidos segundo as referências encontradas e descritas de cada método utilizado. Com os momentos compatibilizados de cada método citado resultou em uma análise criteriosa dos momentos positivos e negativos, nas direções x e y podendo determinar a taxa de armadura necessária para todos os vãos de laje. Assim aponta-se o método que obteve uma economia de aço no dimensionamento das mesmas. Os resultados obtidos foram satisfatórios para o comparativo das lajes o que não impede que se façam alterações futuras na estrutura.

Palavras-chave: Lajes, Momento fletor, Comparativo, Compatibilização.

ABSTRACT

This monograph is a proposal of a comparative analyses about the slabs scaling through Marcus e Bares charts and the Cypecad scaffolding program to obtain the results needed to the comparative. Was designated to such analysis a pavement containing six rectangular slabs to the calculus of its moments, which were corrected according with the references described in each done method. The moments compatibilized to each quoted method resulted a solid analyzes about the positives and negatives moments. The dimensions X and Y are possible to determine the reinforcement rate to all the interspaces in the slabs. Therefore is pointed the method that obtain the lesser use of steel in the dimensioning. The results obtained were satisfactory compared to the slabs, which does not make feasible future changes in the structure.

Keywords: Slabs, Bending Moment, Comparative, Compatibilization.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1: Tipos de engastes	17
Figura 2: Combinações de lajes de acordo com o vínculo de suas bordas	18
Figura 3: Engastamento elástico na continuidade das lajes decorrente dos momentos fletores negativos diferentes	19
Figura 4: Compatibilização de momentos fletores em lajes	20
Figura 5: Lajes contínuas com espessuras muito diferentes	21
Figura 6: Lajes parcialmente contínuas	21
Figura 7: Vão efetivo e vão livre de uma laje	22
Figura 8: Lajes armadas em cruz.....	27
Figura 9: Laje armada em uma direção	28
Figura 10: Laje simplesmente apoiada nos quatro lados.....	31
Figura 11: Tipo de laje conforme com sua vinculação.....	38
Figura 12: Conjunto de lajes a serem analisados	42
Figura 13: Cargas acidentais e cargas permanentes.....	49
Figura 14: Materiais estruturais e sobrecarga.....	50

LISTA DE QUADROS

Quadro 1: Classe de agressividade ambiental	23
Quadro 2: Correspondência entre classe de agressividade ambiental e cobrimento nominal	23
Quadro 3: Cargas acidentais conforme a ABNT NBR 6120/1980.....	26

LISTA DE TABELAS

Tabela 1: Valores do coeficiente γ_n adicional para lajes em balanço	24
Tabela 2: Tabelas de Marcus – Caso 1.....	36
Tabela 3: Coeficiente α para cálculo de flechas elásticas em lajes retangulares submetidas a carregamentos uniformemente distribuídos	40
Tabela 4: Coeficientes para o cálculo dos momentos máximos – Tabelas de Bares (casos 1, 2 e 3)	41
Tabela 5: Cargas atuantes nas lajes L1 a L5	43
Tabela 6: Cargas atuantes na laje L6.....	44
Tabela 7: Demonstrativo dos momentos encontrados	45
Tabela 8: Demonstrativo dos momentos encontrados	46
Tabela 9: Dados obtidos através da compatibilização dos momentos	47
Tabela 10: Dados obtidos através da compatibilização dos momentos	48
Tabela 11: Relatório de dados fornecido pelo Cypecad.....	51
Tabela 12: Comparativo dos momentos máximos	52
Tabela 13: Comparativos dos momentos compatibilizados	53
Tabela 14: Comparativo das taxas de armadura.....	54
Tabela 15: Taxas de armadura fornecidos pelo Cypecad	55

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	12
1.1	Contextualização	12
1.2	Objetivo	14
1.2.1	Objetivo Geral.....	14
1.3	Estruturação da Monografia	14
2	REVISÃO BIBLIOGRÁFICA.....	16
2.1	Lajes	16
2.1.1	Lajes Maciças de Concreto Armado	16
2.2	Tipos de Análises	28
2.2.1	Análise Linear	29
2.2.2	Análise Linear com Redistribuição	29
2.2.3	Análise Plástica	30
2.2.4	Análise não linear	30
2.3	Métodos de Dimensionamento	30
2.3.1	Tabela de Marcus.....	30
2.3.2	Método dos Elementos Finitos	36
2.3.3	Tabelas de Bares	37
3	Metodologia utilizada, dimensionamento e determinação dos parâmetros...42	
3.1	Cargas atuantes nas lajes	43
3.2	Dimensionamento do conjunto de lajes	44
3.3	Cálculos	45
3.3.1	Método de Marcus.....	45
3.3.2	Método de Bares	45

3.4	Compatibilização dos momentos.....	46
3.4.1	Compatibilização dos momentos través das tabelas de Marcus	46
3.4.2	Compatibilização dos Momentos obtidos através das tabelas de Bares.....	48
3.5	Análise através do software Cypecad.	49
4	Análise comparativa e resultados	52
4.1	Análise e comparativo dos momentos máximos encontrado	52
5	CONCLUSÕES	56
6	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	58

1 INTRODUÇÃO

Com o avanço tecnológico o surgimento de meios de dimensionamento de lajes mais modernos e rápidos é inquestionável. Esses métodos inovadores auxiliam o engenheiro na solução de problemas em prazos menores, aumentando assim a eficácia do dimensionamento tanto quantitativo quanto qualitativo buscando uma análise mais completa aproximando os valores a real deformação e esforços que uma estrutura sofre ou venha sofrer. A criação do Método de dimensionamento pelas tabelas de Marcus e Bares foi um grande passo para auxiliar os engenheiros no dimensionamento de estruturas. Atualmente os profissionais de engenharia contam com o auxílio de softwares de dimensionamento para uma análise estrutural mais rápida e precisa.

1.1 Contextualização

Este trabalho tem o intuito de demonstrar as discrepâncias existentes nos diferentes métodos de dimensionamento de lajes maciças com foco na comparação dos momentos fletores. Foi proposto um conjunto de lajes para que se possa fazer tais análises e comparativos.

Os métodos utilizados para dimensionamento serão: Método dos elementos finitos através do software Cypecad, Analogia de Grelhas através das tabelas de Marcus e por meio de Séries através das tabelas de Bares.

Inicialmente o concreto armado era utilizado apenas em embarcações e tubulações hidráulicas, o concreto armado foi difundido em construções para moradias somente por volta do final do século XIX de acordo com (BENEVOLO 1976). Com isso foi possível a criação de lajes e diversos elementos estruturais que proporcionaram uma maior liberdade de criação de edificações com proporções cada vez maiores.

Existem diversos tipos de lajes: lajes maciças, lajes nervuradas, lajes mistas, lajes pré-moldadas, etc e possuem diferentes formas que podem ser retangulares, quadradas ou circulares.

Este trabalho apresentará alguns dos métodos de dimensionamento de lajes maciças, fazendo uma revisão bibliográfica dos métodos aplicando-os em um estudo

de caso, com dimensionamento dos momentos fletores máximos positivos e negativos assim como a área de aço necessária, a fim de fazer uma análise quantitativa dos resultados. De acordo com Pinheiro (2007) as lajes são elementos geralmente horizontais com duas dimensões bem maiores que a terceira, que é a espessura, a laje tem a função de absorver impactos e receber cargas acidentais e permanentes assim dissipando as mesmas pela estrutura. A laje maciça teve uma aceitação muito grande por oferecer um conforto térmico e ser elemento estrutural muito simples de ser executado, de fácil acesso a mão de obra e com um material que é de fácil obtenção e manuseio, necessários para sua execução.

Os próximos capítulos abordam a comparação entre os métodos de dimensionamento de um conjunto de lajes maciças podendo ser engastadas apoiadas e em balanço, que serão previamente determinadas fazendo um comparativo entre os momentos flexores e as áreas de aço, apontando as discrepâncias existentes de um método para outro, também será abordada uma análise quantitativa e qualitativa de cada um dos métodos de dimensionamento comparando-os e demonstrando a importância de entender os procedimentos de dimensionamento. Com isso pretende-se dar ao profissional a escolha do método que mais lhe seja adequado. Os métodos escolhidos para este estudo foram, Método e tabelas de Marcus que deriva do Método de Analogia de Grelhas, Tabelas de Bares que se baseia no Método por meio de Séries e Método dos Elementos Finitos com o auxílio da utilização do software Cypecad.

De acordo com Carvalho e Figueiredo (2016) o método dos elementos finitos consiste na divisão de uma placa por nós, apontando nesses pontos os esforços e deslocamentos, mostrando tais deslocamentos com polinômios, esse método dos pontos nodais não apresenta grande dificuldade por conduzir um sistema simples de equação linear. A analogia de grelhas foi utilizada inicialmente por Marcus, para realização do cálculo de lajes com bordas imóveis verticalmente, constitui em elevar a laje por uma malha equivalente de vigas, as cargas devem ser aplicadas nos nós, não coincidindo a posição e adotando a malha para valores equivalentes.

O Cypecad é um software criado pela empresa MULTIPLUS para a realização de dimensionamento de estruturas de concreto armado ou metálica. A utilização do software para o desenvolvimento deste trabalho está voltada para o cálculo de lajes maciças usando seus métodos para obtenção dos resultados, ele realiza o processo dos desenhos e dimensionamento de armadura.

1.2 Objetivo

1.2.1 Objetivo Geral

Esta pesquisa busca analisar com base em revisões bibliográficas alguns dos métodos utilizados no cálculo de lajes maciças, desenvolver o dimensionamento das lajes de um pavimento pré-estabelecido utilizando tais métodos como o de Analogia de Grelhas por meio do Método e Tabelas de Marcus, por meio de Séries através das Tabelas de Bares, método dos Elementos Finitos utilizando software Cypecad, para que com os resultados se faça uma análise quantitativa e qualitativa de cada um destes métodos.

Objetivos específicos:

- Fazer uma revisão bibliográfica dos métodos de dimensionamento de lajes maciças;
- Desenvolver o dimensionamento das lajes de um pavimento simulando uma edificação real;
- Analisar quantitativamente os resultados dos métodos de cálculo no dimensionamento da armadura e seus momentos máximos;
- Comparar os resultados para o dimensionamento das lajes maciças obtidos nos três métodos citados acima de forma qualitativa e quantitativa;
- A partir dos resultados obtidos, concluir este estudo apontando a importância do entendimento dos métodos e a possibilidade de escolha entre os mesmos.

1.3 Estruturação da Monografia

Este trabalho foi estruturado seguindo tais passos:

Capítulo 1 – Introdução, objetivos geral, específico e contextualização.

Capítulo 2 – Revisão bibliográfica a respeito do tema de estudo e suas vertentes.

Capítulo 3 – Metodologia utilizada, dimensionamento e determinação dos parâmetros a serem analisados.

Capítulo 4 – Análises comparativas e resultados

Capítulo 5 – Conclusões.

Capítulo 6 – Referências bibliográficas.

2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

2.1 Lajes

De acordo com Adão e Hemerly (2010), lajes são elementos estruturais planos, no qual duas de suas direções têm dimensões muito maiores que a terceira dimensão chamada espessura. As lajes são dimensionadas na flexão como vigas, desprezando-se, porém, o dimensionamento para o cisalhamento.

2.1.1 Lajes Maciças de Concreto Armado

As lajes tradicionais de concreto armado são comumente denominadas maciças. Elas formam, juntamente com as vigas e os pilares de uma estrutura, um conjunto monolítico com transmissão, entre todos os seus elementos, de esforços, deslocamento e deformações segundo Adão e Hemerly (2010).

Conforme Carvalho e Figueiredo (2016) as lajes maciças distribuem suas reações em todas as vigas de contorno diferente do que acontece em lajes pré-moldadas, tendo um melhor aproveitamento das vigas do pavimento sendo que todas elas, dependendo apenas dos vãos e condições de contorno, podem ter cargas da mesma ordem de grandeza.

As dimensões da laje de pavimentos de edifícios costumam variar de 1/40 a 1/60 dependendo da relação entre a altura (espessura) e menor vão da laje.

Segundo Carvalho e Figueiredo (2016), quando a relação entre o vão maior e o menor da laje for menor ou igual a dois, considera-se para efeito de cálculo que essa laje trabalha em duas direções, ou seja, é armada em duas direções. Quando essa relação é maior que dois considera-se que essa laje trabalha e é armada em apenas uma direção e sempre na direção do menor vão conforme mostra o item 2.2.9 deste trabalho.

2.1.1.1 Quanto aos Apoios

Os apoios das lajes podem ser definidos de acordo com sua natureza, podendo apoiar sobre vigas, alvenaria, paredes de concreto ou diretamente sobre pilares.

Lajes maciças de concreto armado são comumente apoiadas sobre vigas.

Para realizar os cálculos das deformações e dos esforços solicitante devem-se estabelecer os vínculos das lajes com os apoios, adota-se hipóteses simplificadoras estabelecendo se a laje é perfeitamente ou elasticamente engastada, simplesmente apoiada, ou vão livre. A figura 1 demonstra tipos de engastes:

Figura 1: Tipos de engastes



Fonte: Carvalho e Figueiredo (2016)

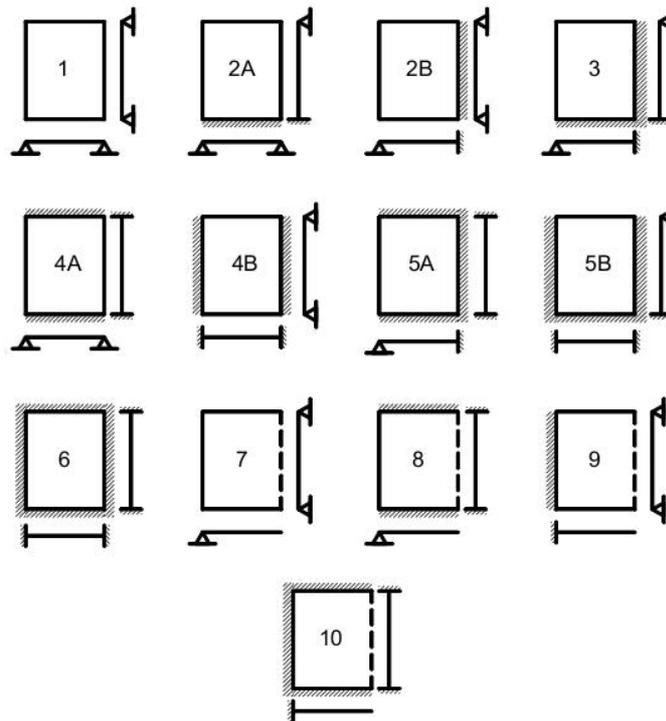
Segundo Cunha e Souza (1998) a idealização de apoio simples e engaste perfeito raramente acontecem na realidade. Porém o erro cometido é pequeno e não supera 10%.

Conforme Bastos (2005) as lajes também podem ser enumeradas conforme o vínculo existente com os apoios, ilustrados na figura 2:

2.1.1.2 Bordas Simplesmente Apoiadas

Segundo Cunha e Souza (1998) as bordas simplesmente apoiadas surgem onde não existe continuidade da laje com lajes vizinhas, podendo ser apoiada sobre alvenaria ou vigas de concreto, apresentadas na combinação 1 da figura 2.

Figura 2: Combinações de lajes de acordo com o vínculo de suas bordas



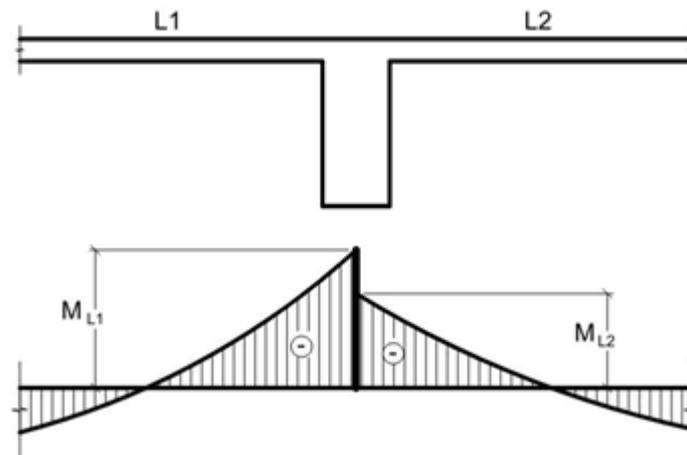
Fonte: Bastos (2005)

2.1.1.3 Bordas Engastadas e Compatibilização de Momentos

Tem-se o engastamento perfeito em lajes em balanço onde, uma das extremidades é em borda livre e na extremidade paralela e ou transversal há o engastamento em lajes adjacentes ou vigas.

Nas lajes contínuas, surgem momentos no apoio intermediário que podem ser diferentes, dependendo das dimensões das lajes. Para efeito de cálculo inicial os momentos fletores M_{L1} e M_{L2} , deve-se considerar as lajes contínuas perfeitamente engastadas como mostra a figura 3, (BASTOS, 2005).

Figura 3: Engastamento elástico na continuidade das lajes decorrente dos momentos fletores negativos diferentes



Fonte: Bastos (2005)

Conforme Pinheiro (2007), em um pavimento, em geral, as lajes adjacentes diferem nas condições de apoio, nos vãos teóricos ou nos carregamentos, resultando, no apoio comum, dois valores diferentes para o mesmo momento negativo. Daí a necessidade de promover a compatibilização desses momentos.

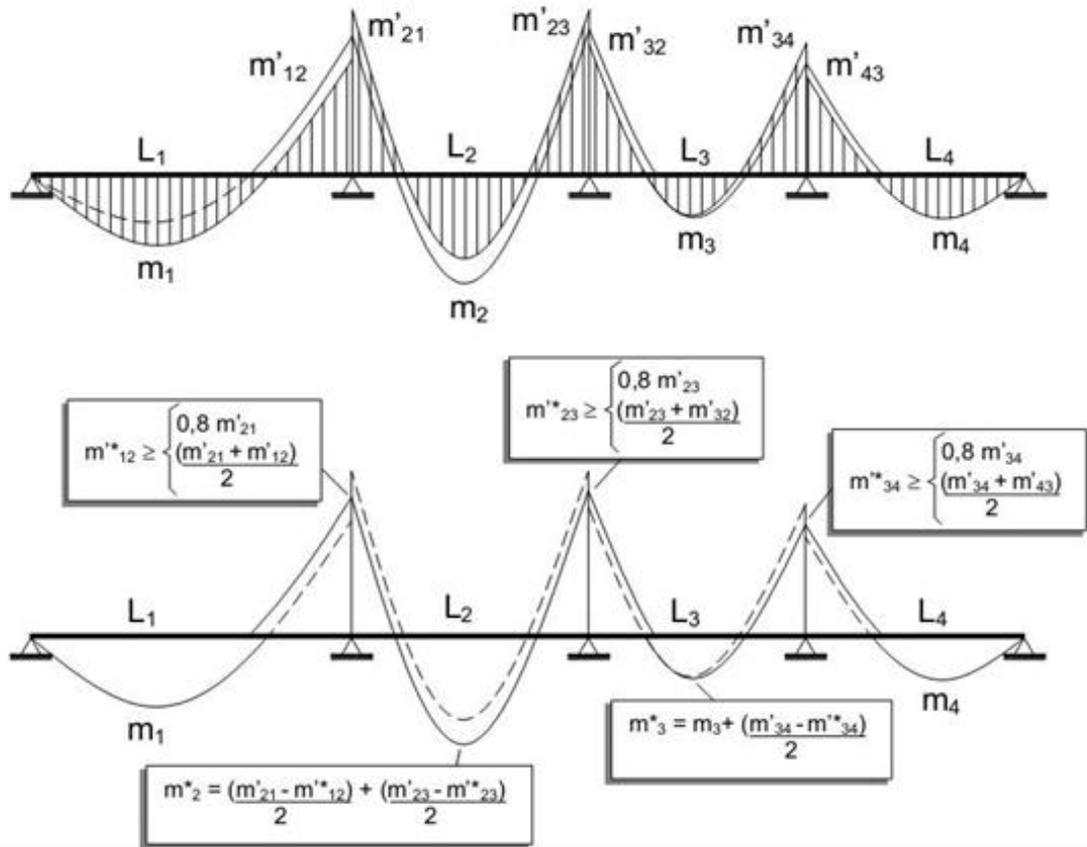
Na compatibilização dos momentos negativos, o critério usual é adotar o maior valor entre a média dos dois momentos e 80% do maior. Tal critério apresenta boa aproximação quando os dois momentos são da mesma ordem de grandeza.

Em decorrência da compatibilização dos momentos negativos, os momentos positivos na mesma direção devem ser analisados. Se tal correção diminuir o valor do momento positivo, como ocorre nas lajes L1 e L4 da figura 8, ignora-se a redução a favor da segurança.

Quando há acréscimo no valor do momento positivo, a correção deverá ser feita, somando-se ao valor deste momento fletor a média das variações ocorridas nos momentos fletores negativos sobre os respectivos apoios, como no caso da laje L2 da figura 4.

Pode acontecer como consequência da compatibilização à diminuição do momento positivo de um lado, e o acréscimo, do outro lado. Nesse caso deve-se desconsiderar a redução e considera-se somente o acréscimo, como ocorre na laje L3 da figura 4.

Figura 4: Compatibilização de momentos fletores em lajes

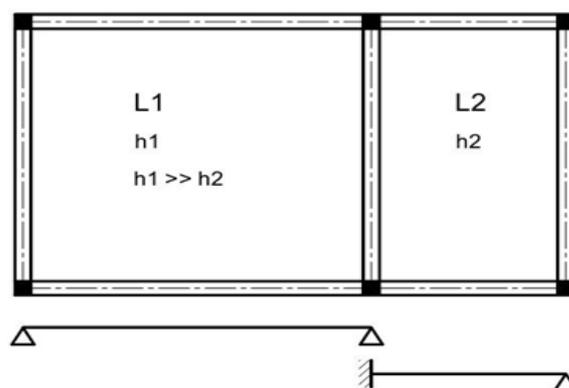


Fonte: Pinheiro (2007)

2.1.1.4 Casos Especiais de Apoio

De acordo com Bastos (2005) no caso de lajes contínuas com espessuras diferentes, é mais adequado considerar a laje com espessura menor L_2 sendo engastada na laje com maior espessura L_1 e a laje de maior espessura apenas apoiada na borda comum as duas lajes, como ocorre na figura 5.

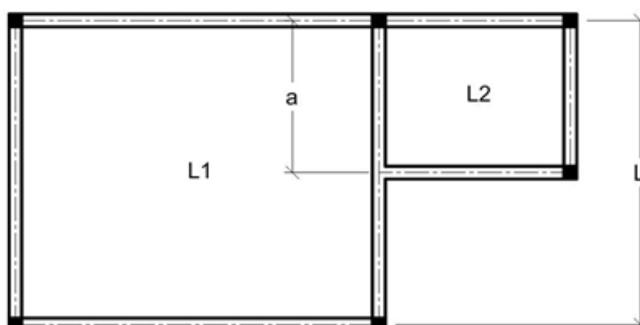
Figura 5: Lajes contínuas com espessuras muito diferentes



Fonte: Bastos (2005)

Em lajes parcialmente contínuas como mostra a figura 6 pode-se considerar a vinculação da seguinte forma.

Figura 6: Lajes parcialmente contínuas



Fonte: Bastos (2005)

Se $a \geq \frac{2}{3} \times L$ → a laje L1 deve ser considerada engastada na laje L2;

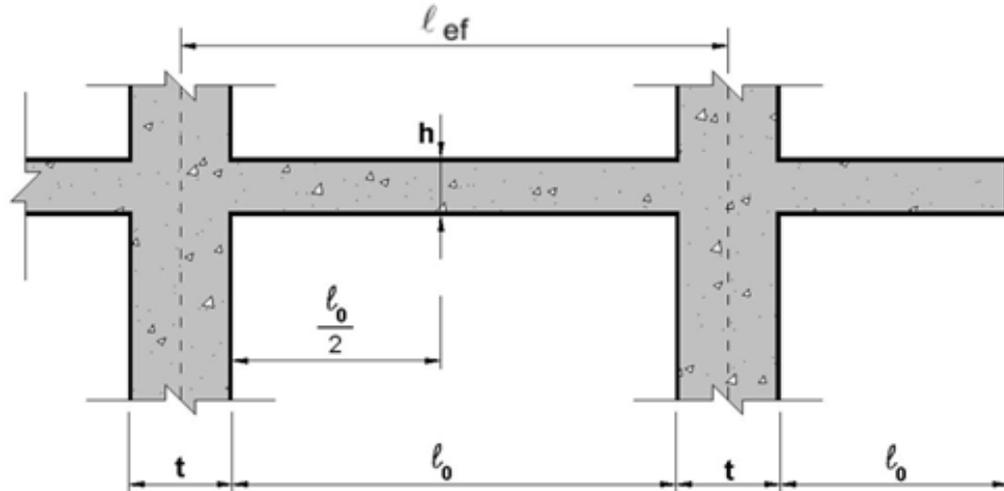
Se $a < \frac{2}{3} \times L$ → a laje L1 fica com a borda simplesmente apoiada.

2.1.1.5 Quanto aos Vãos

Segundo Carvalho e Figueiredo (2016), quando os apoios das lajes puderem ser considerados suficientemente rígidos quanto à translação vertical o vão efetivo a ser utilizado para lajes deve ser calculado conforme os itens 14.7.2.2 e 14.6.2.4 da ABNT NBR 6118/2014, pela equação 1 a seguir:

$$l_{ef} = l_0 + a_1 + a_2 \quad (1)$$

Figura 7: Vão efetivo e vão livre de uma laje



Fonte: Pinheiro (2007)

l_0 é a distância entre as faces internas de dois apoios consecutivos;

a_1 é o menor valor entre $t_1/2$ e $0,3 \cdot h$;

a_2 é o menor valor entre $t_2/2$ e $0,3 \cdot h$.

2.1.1.6 Quanto a Espessura e Cobrimento

O cobrimento deve ser definido de acordo com a agressividade do ambiente, ABNT NBR 6118/2014.

De acordo com Rodrigues (2010) é de extrema importância a definição da classe de agressividade, pois influenciará nos valores mínimos de f_{ck} e do cobrimento da armadura. Esse cobrimento é responsável por proteger todas as barras da armadura. O cobrimento nominal da armadura de lajes, pilares e vigas se dá em função da classe de agressividade ambiental, determinado pelo quadro 1, (ABNT NBR 6118/2014).

Quadro 1: Classe de agressividade ambiental

Classe de agressividade ambiental	Agressividade	Classificação geral do tipo de ambiente para efeito de Projeto	Risco de deterioração da estrutura
I	Fraca	Rural	Insignificante
		Submersa	
II	Moderada	Urbana ^{1), 2)}	Pequeno
III	Forte	Marinha ¹⁾	Grande
		Industrial ^{1), 2)}	
IV	Muito forte	Industrial ^{1), 3)}	Elevado
		Respingos de maré	

NOTAS: 1) Pode-se admitir um micro-clima com classe de agressividade um nível mais branda para ambientes internos secos (salas, dormitórios, banheiros, cozinhas e áreas de serviço de apartamentos residenciais e conjuntos comerciais ou ambientes com concreto revestido com argamassa e pintura).
2) Pode-se admitir uma classe de agressividade um nível mais branda em: obras em regiões de clima seco, com umidade relativa do ar menor ou igual a 65%, partes da estrutura protegidas de chuva em ambientes predominantemente secos, ou regiões onde chove raramente.
3) Ambientes quimicamente agressivos, tanques industriais, galvanoplastia, branqueamento em indústrias de celulose e papel, armazéns de fertilizantes, indústrias químicas.

Fonte: ABNT NBR 6118/2014

Quadro 2: Correspondência entre classe de agressividade ambiental e cobrimento nominal

Tipo de estrutura	Componente ou Elemento	Classe de agressividade ambiental			
		I	II	III	IV ²⁾
		Cobrimento nominal (mm)			
Concreto Armado	Laje ¹⁾	20	25	35	45
	Viga/Pilar	25	30	40	50

Notas: 1) Para a face superior de lajes e vigas que serão revestidas com argamassa de contrapiso, com revestimentos finais secos tipo carpete e madeira, com argamassa de revestimento e acabamento tais como pisos de elevado desempenho, pisos cerâmicos, pisos asfálticos e outros tantos, as exigências desta tabela podem ser substituídas pelo cobrimento nominal dado na Eq. 7, respeitado um cobrimento nominal ≥ 15 mm;
2) Nas faces inferiores de lajes e vigas de reservatórios, estações de tratamento de água e esgoto, condutos de esgoto, canaletas de efluentes e outras obras em ambientes química e intensamente agressivos, a armadura deve ter cobrimento nominal ≥ 45 mm.

Fonte: ABNT NBR 6118/2014

A espessura mínima para lajes maciças segundo a ABNT NBR 6118/2014 são:

- 7 cm para cobertura não em balanço;

- 8 cm para lajes de piso não em balanço;
- 10 cm para lajes em balanço;
- 10 cm para lajes que suportem veículos de peso total menor ou igual a 30 quilo-Newtons (kN);
- 12 cm para lajes que suportem veículos de peso total maior que 30 kN ;
- 15 cm para lajes com protensão apoiadas em vigas, com o mínimo de $\frac{\ell}{42}$ para lajes de piso biapoiadas e $\frac{\ell}{50}$ para lajes de piso contínuas;
- 16 cm para lajes lisas e 14 cm para lajes-cogumelo, fora do capitel.

De acordo com a ABNT NBR 6118/2014, No dimensionamento das lajes em balanço, os esforços solicitantes de cálculo a serem considerados devem ser multiplicados por um coeficiente adicional γ_n , de acordo com o indicado na tabela 1.

Tabela 1: Valores do coeficiente γ_n adicional para lajes em balanço

h(cm)	≥ 19	18	17	16	15	14	13	12	11	10
γ_n	1,00	1,05	1,10	1,15	1,20	1,25	1,30	1,35	1,40	1,45

Fonte: ABNT NBR 6118/2014

Onde

$$\gamma_n = 1,95 - 0,05 \times h; \quad (2)$$

h é a altura da laje, expressa em centímetros (cm).

Nota: O coeficiente γ_n deve majorar os esforços solicitantes finais de cálculo nas lajes em balanço, quanto de seu dimensionamento.

2.1.1.7 Cargas e Ações Atuantes

As ações ou cargas atuantes que devem ser consideradas em uma laje, variam desde pessoas, móveis, paredes e revestimentos até o peso da própria estrutura e devem estar de acordo com a ABNT NBR 6118/2014 e ABNT NBR 6120/1980.

As cargas que devem ser consideradas em uma edificação são as cargas permanentes (g) e as cargas acidentais (q).

2.1.1.8 Cargas Permanentes (g)

As cargas permanentes para lajes são as cargas que não variam ao longo do seu tempo de vida útil como, peso próprio, peso de paredes, peso das camadas de regularização, revestimento e outras, Rodrigues (2011).

2.1.1.9 Cargas Acidentais (q)

As cargas acidentais são aquelas que dependem do tipo de utilização do edifício e do ambiente encontradas na ABNT NBR 6120/1980, segundo Carvalho e Figueiredo (2016) e como demonstra o Quadro 3.

Quadro 3: Cargas acidentais conforme a ABNT NBR 6120/1980

Tipo	Local	Valores Mínimos kgf/m²
Edifícios Residenciais	Dormitórios, sala, copa, cozinha, banheiro	150
	Despensa, área de serviço e lavanderia	200
Escadas	Com acesso ao público	300
	Sem acesso ao público	250
Escritórios	Salas de uso geral e banheiros	200
Lojas	Galerias de lojas	300
	Lojas com mezaninos	500
Restaurantes		300
Garagens e Estacionamentos	Veículos de passageiros	300
Escolas	Salas de aula, corredores	300
	Outras salas	200
Bibliotecas	Salas de leitura	250
	Depósito de livros	400
Terraços	Sem acesso ao público	200
	Com acesso ao público	300
Forros	Sem acesso a pessoas	50

Fonte: Adaptado A ABNT NBR 6120/1980

2.1.1.10 Carga Total (p)

A carga total (p) que atua na laje é o somatório das cargas permanentes (g) mais as cargas acidentais (q).

$$p = g + q \quad (3)$$

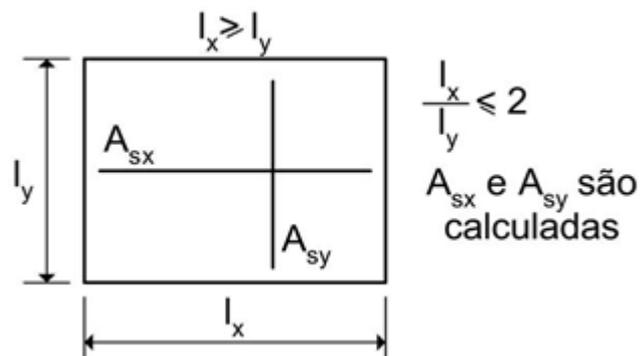
2.1.1.11 Quanto a Armação

Segundo Araújo (2010) determinando o parâmetro lambda λ quando um dos vãos da laje l_x ou l_y é muito maior que o outro, o momento na direção do vão maior se torna relativamente pequeno sendo assim desprezível. Segundo Araújo (2010) as lajes são classificadas em lajes armadas em cruz e lajes armadas em uma direção.

2.1.1.12 Lajes Armadas em Cruz

Conforme Araújo (2010), lajes armadas em cruz são aquelas em que a relação entre o vão maior l_x e o vão menor l_y não é superior a dois, indicado na figura 8.

Figura 8: Lajes armadas em cruz



Fonte: Araújo (2010)

Nesse caso os momentos fletores nas duas direções se tornam importantes e devem ser calculados, realizando o dimensionamento e indicando as armaduras nas direções correspondentes.

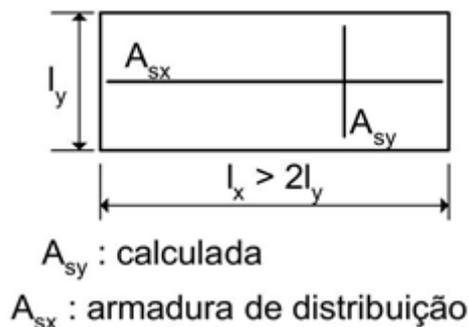
2.1.1.13 Lajes Armada em uma Direção

De acordo com Araújo (2010) quando a relação entre os vãos da laje é maior que dois, deve-se desconsiderar a armadura na direção do maior vão, pois, o momento

existente se torna desprezível, adotando apenas uma armadura de distribuição nessa direção.

Nesse caso a laje também é armada nas duas direções a diferença é que na direção de menor vão a laje é calculada e na direção do maior vão a laje não é calculada, adota-se uma armadura de distribuição, uma armadura mínima que recebe parte dos esforços e auxilia a armadura principal na estabilidade de um pavimento como mostra a figura 9:

Figura 9: Laje armada em uma direção



Fonte: Araújo (2010)

2.2 Tipos de Análises

Os tipos de análises dos esforços na laje são formados por dois grupos de métodos para cálculo. Os métodos baseados em rupturas que são fundamentados na teoria da plasticidade, que julgam que o material se comporta como um corpo rígido-plástico perfeito e os métodos clássicos, fundamentados na teoria da elasticidade, supõem que o material é homogêneo e isótropo e se comportam linearmente.

De acordo com a ABNT NBR 6118/2014 a análise estrutural pode ser feita através de dois métodos que se diferenciam pelo comportamento admitido para os materiais constituintes da estrutura.

2.2.1 Análise Linear

Na análise linear admite-se o comportamento elástico-linear para os materiais. Quando é feito uma análise global, as características geométricas podem ser determinadas pela seção bruta de concreto dos elementos estruturais. Em análises locais para cálculo dos deslocamentos, na eventualidade da fissuração, esta deve ser considerada.

Os valores para o módulo de elasticidade e o coeficiente de Poisson devem ser adotados de acordo com o apresentado na ABNT NBR 6118/2014 item 8.2.8 e 8.2.9, devendo, em princípio, ser considerado o módulo de elasticidade secante E_{CS} .

Os resultados da análise linear são usualmente empregados para a verificação de estados-limites de serviço (ELS). Os esforços solicitantes decorrentes de uma análise linear servem de base para o dimensionamento dos elementos estruturais no estado limite último (ELU), mesmo que tal dimensionamento admita o comportamento plástico dos materiais, desde que se garanta uma ductilidade mínima das peças ou seja, pouca deformação das peças, ABNT NBR 6118/2014.

2.2.2 Análise Linear com Redistribuição

Neste tipo de análise os efeitos das ações determinados em uma análise linear, são redistribuídos na estrutura, para as combinações de carregamento do estado limite últimas (ELU). As condições de equilíbrio e de ductilidade, ou seja, pouca deformação devem ser obrigatoriamente satisfeitas, segundo a ABNT NBR 6118/2014.

Para garantir o equilíbrio de cada um dos elementos e de toda a estrutura em si, todos os esforços internos devem ser calculados. Os efeitos de redistribuição devem ser considerados em todos os aspectos do projeto estrutural.

As verificações de combinações de carregamento de estado limite de serviço (ELS) ou de fadiga podem ser baseadas na análise linear sem redistribuição. De uma maneira geral é desejável que não haja redistribuição dos esforços nas verificações em serviço.

2.2.3 Análise Plástica

Admitindo-se materiais de comportamento plástico perfeito ou elastoplástico sollicitação de tração seguido perfeito e quando as não linearidades puderem ser consideradas, esse tipo de análise estrutural é denominada plástica, ABNT NBR 6118/2014.

A análise plástica de estruturas reticuladas não pode ser adotada quando se considera os efeitos de segunda ordem global e não houver ductilidade suficiente para que as configurações adotadas sejam atingidas, ou seja, se não houver restrição a deformação, ABNT NBR 6118/2014.

2.2.4 Análise não linear

Neste tipo de análise, considera-se o comportamento não linear dos materiais. A geometria da estrutura bem como todas as suas armaduras, precisam ser conhecidas para que a análise não linear possa ser efetuada, pois a resposta da estrutura depende de como ela foi armada.

Conforme a ABNT NBR 6118/2014 as condições de equilíbrio, de compatibilidade e de ductilidade devem ser necessariamente satisfeitas. Podem ser adotadas tanto para verificação de estados-limites últimos (ELU), como para estados-limites de serviços (ELS).

2.3 Métodos de Dimensionamento

Há diversos métodos disponíveis na bibliografia para análises e dimensionamento de lajes, conforme Araújo (2010).

2.3.1 Tabela de Marcus

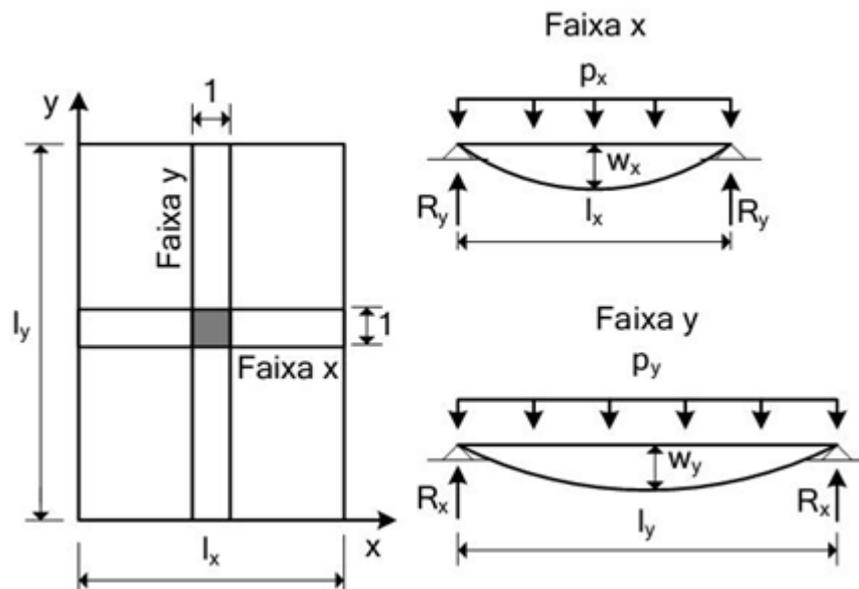
Neste método as lajes são calculadas com base na teoria da Analogia de Grelhas para o cálculo de placas. A Analogia de Grelhas é um método simplificado e

bastante útil para o projeto das lajes de concreto armado. Esse método admite-se um comportamento elástico linear do material da laje.

Apesar do método de Marcus ser um avanço com relação à teoria das grelhas, é um método simplificado e aproximado, mas produz resultados satisfatórios, por isso é bastante empregado, (ARAÚJO, 2010).

Como forma de exemplificação do método, considera-se uma laje simplesmente apoiada em todos os lados, onde uma carga “p” uniformemente distribuída atua e com vãos l_x e l_y , conforme a figura 10.

Figura 10: Laje simplesmente apoiada nos quatro lados



Fonte: Araújo, (2003)

Os quinhões de carga devem obedecer à relação:

$$p = p_x + p_y \quad (4)$$

As flechas encontradas no centro das direções x e y sob o efeito das cargas p_x e p_y são dadas pelas equações 5 e 6:

$$w_x = \frac{5}{384} \cdot \frac{p_x \cdot l_x^4}{E \cdot I} \quad (5)$$

$$w_y = \frac{5}{384} \cdot \frac{p_y \cdot l_y^4}{E \cdot I} \quad (6)$$

Onde:

E é o módulo de elasticidade do material;

I é o momento de inercia da faixa de largura unitária.

A flecha encontrada no centro da laje tem um valor único e a condição de continuidade é descrita por:

$$w_x = w_y \quad (7)$$

Portanto:

$$p_x \cdot l_x^4 = p_y \cdot l_y^4 \quad (8)$$

$$p_y = p - p_x \quad (9)$$

As equações acima resultam na equação 10.

$$p_x = \left(\frac{l_y^4}{l_x^4 + l_y^4} \right) \cdot p \quad (10)$$

As equações citadas acima permitem calcular os quinhões de carga.

A relação entre os vãos é definida pelo λ encontrado na equação 11.

$$\lambda = \frac{l_y}{l_x} \quad (11)$$

Escreve-se:

$$p_x = k_x \cdot p \quad (12)$$

$$p_y = k_y \cdot p \quad (13)$$

Onde se acha k_x e k_y por:

$$k_x = \frac{\lambda^4}{1 + \lambda^4} \quad (14)$$

$$k_y = 1 - k_x \quad (15)$$

Com os quinhões de carga definidos e conhecidos é possível calcular os momentos fletores nas duas direções.

O momento máximo na direção x é encontrado na equação 18.

$$M_x = \left(\frac{(p_x \cdot l_x^2)}{8} \right) \quad (16)$$

Substituindo a equação tem-se:

$$M_x = m_x \cdot p \cdot l_x^2 \quad (17)$$

$$m_x = \frac{k_x}{8} \quad (18)$$

Na direção y é descrita na equação 20.

$$M_y = m_y \cdot p \cdot l_x^2 \quad (19)$$

$$m_y = \frac{k_y \cdot \lambda^2}{8} \quad (20)$$

De acordo com Araújo (2010), o Método de Marcus é uma simplificação que procura adaptar a teoria das grelhas, de forma a incluir os efeitos a torção da laje. Devido a rigidez a torção, os momentos fletores positivos e a flecha da laje ficam reduzidos em relação aos valores fornecidos pela Teoria das Grelhas.

Os momentos fletores positivos M_{x0} e M_{y0} no centro da laje através do Método de Marcos se dá por:

$$M_{x0} = C_x \cdot M_x \quad (21)$$

$$M_{y0} = C_y \times M_y \quad (22)$$

Os coeficientes $C_x < 1$ e $C_y < 1$ dependem das condições de apoio e da condição dos vãos da laje, sendo expressa pelas equações 23 e 24.

$$C_x = 1 - \left(\frac{20 \cdot k_x}{3 \cdot \alpha_x \cdot \lambda^2} \right) \quad (23)$$

$$C_y = 1 - \left(\frac{20 \cdot k_y}{3 \cdot \alpha_y \cdot \lambda^2} \right) \quad (24)$$

Os coeficientes α_x e α_y , dependem da condição de apoio nas direções, x e y. Para uma direção genérica, segundo Araújo (2010), tem-se:

- Faixa biapoiada: $\alpha = 8$
- Faixa engastada e apoiada: $\alpha = 14,22$
- Faixa biengastada: $\alpha = 24$

A formulação demonstrada no qual representa uma laje simplesmente apoiada nos quatro lados, pode ser estendida para outras condições de apoio. Os casos possíveis encontram-se na Tabela 2, e Anexo A a F.

Em todos os casos os momentos fletores positivos são descritos por:

$$M_{x0} = C_x \cdot m_x \cdot p \cdot l_x^2 \quad (25)$$

$$M_{y0} = C_y \cdot m_y \cdot p \cdot l_x^2 \quad (26)$$

Os momentos negativos nos engastes nas direções x e y podem ser expressos por.

$$M_{xe} = m_{xe} \cdot p \cdot l_x^2 \quad (27)$$

$$M_{ye} = m_{ye} \cdot p \cdot l_x^2 \quad (28)$$

São encontrados os coeficientes necessários em função da relação entre os vãos da laje (l_y/l_x), na Tabela 2 e Anexo A a F. Tais valores permitem o cálculo imediato dos momentos fletores positivos através da equação 29 e 30 e negativos através das equações 31 e 32.

$$M_x = \frac{p \cdot l_x^2}{m_x} \quad (29)$$

$$M_y = \frac{p \cdot l_y^2}{m_y} \quad (30)$$

$$M_{xe} = -\frac{p \cdot l_x^2}{n_x} \quad (31)$$

$$M_{ye} = \frac{p \cdot l_y^2}{n_y} \quad (32)$$

Onde:

- M_x e M_y são o momento fletor positivos expressos em quilo-Newtons vezes metro por metro (kN.m/m) nas direções x e y;

- M_{xe} e M_{ye} são o momento fletor negativo expresso em (kN.m/m) nas direções x e y;

- p é a carga total uniformemente distribuída expresso em quilo-Newtons por metros quadrados (kN/m²);

- m_x e m_y são os coeficientes para cálculo dos momentos fletores positivos atuantes nas direções paralelas a l_x e l_y , respectivamente;

- n_x e n_y são os coeficiente para cálculo dos momentos fletores positivos atuantes nas direções paralelas a l_x e l_y , respectivamente;

- l_x é o menor vão da laje (m)

Tabela 2: Tabelas de Marcus – Caso 1.

l_y	m_x	m_y	l_y	m_x	m_y
–			–		
l_x			l_x		
1,00	27,4	27,4	1,50	13,9	31,3
1,01	27,0	27,4	1,51	13,8	31,4
1,02	26,5	27,4	1,52	13,7	31,6
1,03	26,0	27,4	1,53	13,6	31,8
1,04	25,6	27,5	1,54	13,5	31,9
1,05	25,1	27,5	1,55	13,4	32,1
1,06	24,6	27,5	1,56	13,3	32,3
1,07	24,2	27,5	1,57	13,2	32,4
1,08	23,7	27,5	1,58	13,1	32,6

Fonte: Rodrigues (2011)

As demais tabelas dos casos da teoria de Marcus encontram-se no Anexo A a F.

2.3.2 Método dos Elementos Finitos

Segundo Carvalho e Figueiredo (2016) no processo de elementos finitos, subdivide-se a placa em elementos de dimensão finita conectados por pontos nodais, impondo-se nos pontos a compatibilidade de esforços e deslocamentos.

Segundo Araújo (2010) esse método pode ser empregado tanto na formulação de deslocamentos, quanto na formulação em esforços. Essas duas formulações são análogas ao método da rigidez e método das forças.

A formulação em deslocamento tem sido preferida em virtude da facilidade de implementação computacional. O aumento progressivo do número de nós melhora as características de precisão do elemento.

Nesse presente trabalho iremos utilizar o software Cypecad para a análise de deslocamentos através do Método dos Elementos Finitos.

De acordo com a Empresa MULTIPLUS SOFTWARES TÉCNICOS, o Cypecad realiza o cálculo da estrutura através de um pórtico espacial, por métodos matriciais de rigidez, considerando todos os elementos que definem a estrutura: pilares, paredes, muros, vigas e lajes. Em cada nó da estrutura é considerado uma liberdade de 6 graus, onde se cria a hipótese de indeformabilidade do plano de cada piso, simula-se o comportamento rígido da laje, com isto cada piso poderá rotacionar e deslocar-se no seu conjunto com 3 graus de liberdade.

O cálculo da estrutura é executado por fases. A primeira fase do programa será a geração das estruturas geométricas de todos os elementos, formando a matriz de rigidez da estrutura, caso o programa detecte dados incorretos emitirá mensagens de erro e pausará o processo. A segunda fase consiste na solução do sistema. Na terceira fase obtém-se os deslocamentos de todas as hipóteses definidas, para deslocamentos excessivos é emitido uma mensagem de erro, quer seja por erro no desenho estrutural, quer seja pela rigidez a torção definidas em algum elemento. A quarta etapa consiste na obtenção das envoltórias de todas as combinações de cálculo, para cada elemento da estrutura: lajes, vigas, pilares, etc. A quinta e última fase consiste no dimensionamento da armadura através da obtenção das envoltórias.

É possível introduzir um coeficiente de engastamento entre a viga e a laje, liberando ou não a torção nas vigas de bordo.

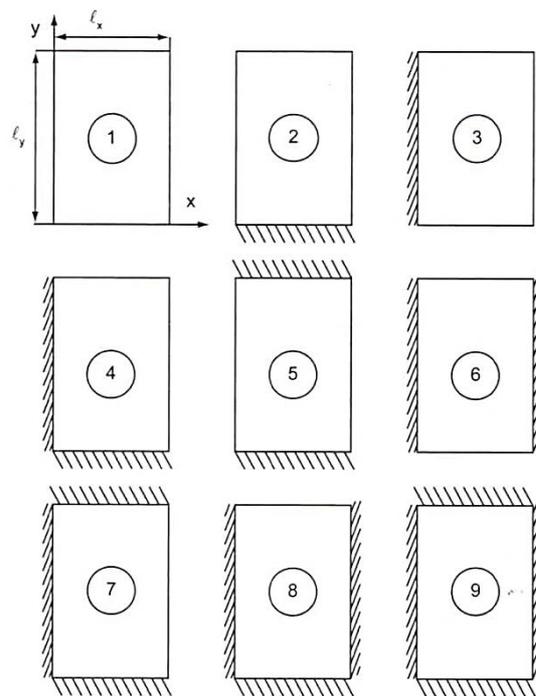
Como considerado nas vigas pode atribuir um coeficiente de engastamento entre viga e laje. Este coeficiente é importante, pois quando é considerado totalmente engastando surge nas lajes momentos negativos que devem ser considerados no detalhamento da armadura. As armaduras para as lajes maciças são calculadas em malhas. Pode ser considerada uma armadura base, indicada previamente, sendo que esta armadura de base será descontada para a armadura calculada, ou adicionada quando não for suficiente esta armadura base, é possível a visualização dos esforços de cada ponto da malha de elementos finitos, pode-se também analisar a estrutura de maneira global através das curvas de isovalores

2.3.3 Tabelas de Bares

Segundo Carvalho e Figueiredo (2016) os cálculos de placas por séries no qual realizaram inúmeras equações até que se chegou a algumas equações finais que possibilitam através de tabelas determinar momentos fletores máximos e deslocamento

máximos (flechas) a partir da geometria e das condições de vinculação da placa, mas para isso cada laje deve ser tratada individualmente de acordo com a sua vinculação com as demais.

Figura 11: Tipo de laje conforme com sua vinculação



Fonte: Carvalho e Figueiredo (2016)

Bares (1972) desenvolveu tabelas para simplificação e adaptação do cálculo de elementos estruturais baseado na solução em séries. As tabelas apresentadas a seguir apresentam os resultados utilizando o coeficiente de Poisson $\nu=0,20$.

No cálculo por séries, substitui-se o valor de $p(x,y)$ por uma série normalmente composta de funções trigonométricas, obtendo-se uma solução para a integração da equação fundamental, Carvalho e Figueiredo (2016, pág 327).

Segundo Carvalho e Figueiredo (2016), o deslocamento máximo transversal (flecha) de uma barra reta ou placa com carregamento uniforme e com condições de contorno de acordo com a figura 11, é calculado de acordo com a equação 33.

$$f = \frac{p \cdot l_x^4}{E \cdot h^3} \cdot \left(\frac{\alpha}{100} \right) \quad (33)$$

Onde:

p é o carregamento uniformemente distribuído sobre as placas;

α é o coeficiente retirado da Tabela 3;

l_x é o menor vão da laje;

E é o módulo de deformabilidade do concreto;

h é a altura ou espessura da placa.

Para encontrar o coeficiente correto na figura 11, deve-se calcular o parâmetro lambda λ através da equação 34, que reflete a geometria da laje.

$$\lambda = \frac{l_y}{l_x} \quad (34)$$

Onde, l_x é o menor vão da laje e l_y é o maior vão da laje.

Tabela 3: Coeficiente α para cálculo de flechas elásticas em lajes retangulares submetidas a carregamentos uniformemente distribuídos

λ	Caso 1	Caso 2	Caso 3	Caso 4	Caso 5	Caso 6	Caso 7	Caso 8	Caso 9
1,00	4,67	3,20	3,20	2,42	2,21	2,21	1,81	1,81	1,46
1,05	5,17	3,61	3,42	2,67	2,55	2,31	2,04	1,92	1,60
1,10	5,64	4,04	3,63	2,91	2,92	2,41	2,27	2,04	1,74
1,15	6,09	4,47	3,82	3,12	3,29	2,48	2,49	2,14	1,87
1,20	6,52	4,91	4,02	3,34	3,67	2,56	2,72	2,24	1,98
1,25	6,95	5,34	4,18	3,55	4,07	2,63	2,95	2,33	2,10
1,30	7,36	5,77	4,35	3,73	4,48	2,69	3,16	2,42	2,20
1,35	7,76	6,21	4,50	3,92	4,92	2,72	3,36	2,48	2,30
1,40	8,14	6,62	4,65	4,08	5,31	2,75	3,56	2,56	2,37
1,45	8,51	7,02	4,78	4,23	5,73	2,80	3,73	2,62	2,45
1,50	8,87	7,41	4,92	4,38	6,14	2,84	3,91	2,68	2,51
1,55	9,22	7,81	5,00	4,53	6,54	2,86	4,07	2,53	2,57
1,60	9,54	8,17	5,09	4,65	6,93	2,87	4,22	2,87	2,63
1,65	9,86	8,52	5,13	4,77	7,33	2,87	4,37	2,78	2,68
1,70	10,15	8,87	5,17	4,88	7,70	2,88	4,51	2,79	2,72
1,75	10,43	9,19	5,26	4,97	8,06	2,88	4,63	2,81	2,76
1,80	10,71	9,52	5,36	5,07	8,43	2,89	4,75	2,83	2,80
1,85	10,96	9,82	5,43	5,16	8,77	2,89	4,87	2,85	2,83
1,90	11,21	10,11	5,50	5,23	9,08	2,90	4,98	2,87	2,85
1,95	11,44	10,39	5,58	5,31	9,41	2,90	5,08	2,89	2,88
2,00	11,68	10,68	5,66	5,39	9,72	2,91	5,19	2,91	2,91
∞	15,35	15,35	6,38	6,38	15,35	3,07	6,38	3,07	3,07

Fonte: Carvalho e Figueiredo, (2016)

As equações 35 e 36 fornecem os momentos máximos positivos por unidade de comprimento nas direções x e y:

$$m_x = \mu_x \cdot \frac{p \cdot l_x^2}{100} \quad (35)$$

$$m_y = \mu_y \cdot \frac{p \cdot l_x^2}{100} \quad (36)$$

Os momentos máximos negativos nas direções x e y, podem ser obtidos com as equações 37 e 38:

$$x_x = \mu'_x \cdot \frac{p \cdot l_x^2}{100} \quad (37)$$

$$x_y = \mu'_y \cdot \frac{p \cdot l_x^2}{100} \quad (38)$$

Sendo que l_x é o menor vão da placa e μ_x, μ_y, μ'_x e μ'_y , são coeficientes fornecidos pela figura 11 e Anexo G respectivamente.

Deve-se calcular o λ usando a equação 34 para encontrar o valor na Tabela 4 abaixo, onde:

Tabela 4: Coeficientes para o cálculo dos momentos máximos – Tabelas de Bares (casos 1, 2 e 3)

λ	Caso 1		Caso 2			Caso 3		
	μ_x	μ_y	μ_x	μ_y	μ'_y	μ_x	μ'_x	μ_y
1,00	4,41	4,41	3,07	3,94	8,52	3,94	8,52	3,07
1,05	4,80	4,45	3,42	3,78	8,79	4,19	8,91	2,84
1,10	5,18	4,49	3,77	3,90	9,18	4,43	9,30	2,76
1,15	5,56	4,49	4,14	3,97	9,53	4,64	9,63	2,68
1,20	5,90	4,48	4,51	4,05	9,88	4,85	9,95	2,59
1,25	6,27	4,45	4,88	4,10	10,16	5,03	10,22	2,51
1,30	6,60	4,42	5,25	4,15	10,41	5,20	10,48	2,42
1,35	6,93	4,37	5,60	4,18	10,64	5,36	10,71	2,34
1,40	7,25	4,33	5,95	4,21	10,86	5,51	10,92	2,25
1,45	7,55	4,30	6,27	4,19	11,05	5,64	11,10	2,19

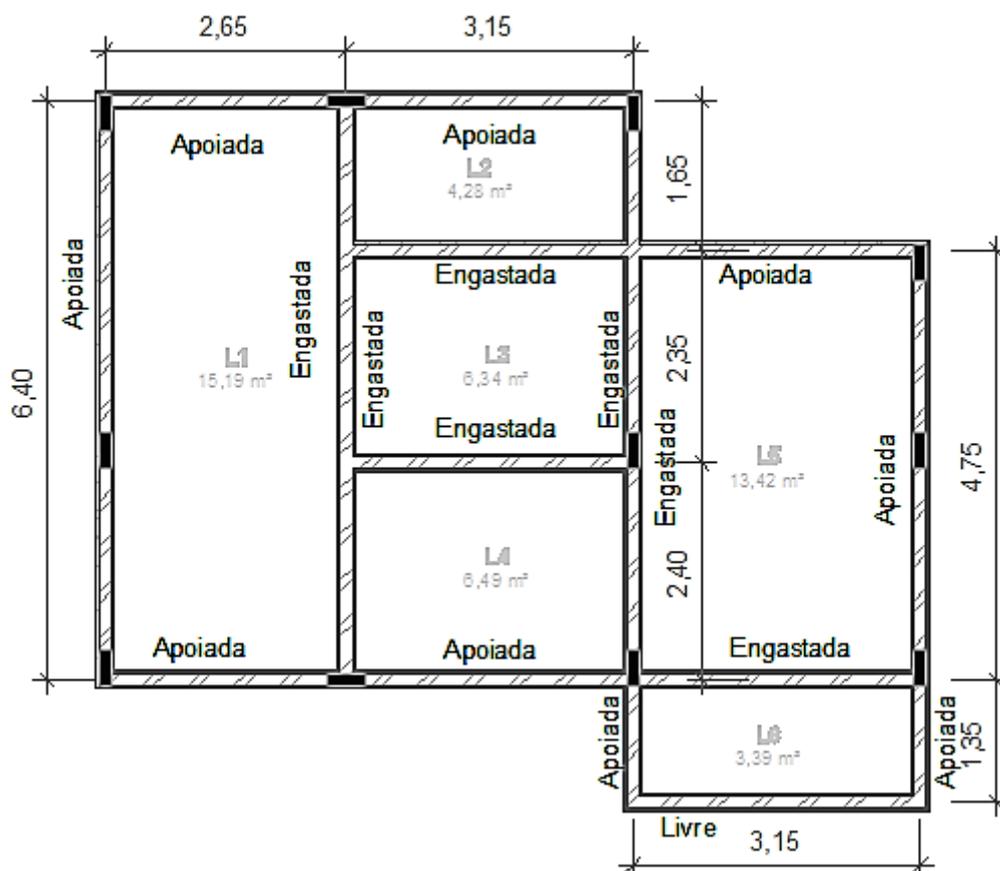
Fonte: Carvalho e Figueiredo (2016)

As demais tabelas desenvolvidas por Bares encontram-se no Anexo G:

3 METODOLOGIA UTILIZADA, DIMENSIONAMENTO E DETERMINAÇÃO DOS PARÂMETROS.

Para a realização dos cálculos e análise das discrepâncias existentes nos momentos máximos positivos e negativos assim como a diferença da quantidade de armadura das lajes, utilizando diferentes métodos, determina-se um conjunto de lajes demonstradas na figura 12, com dimensões e materiais utilizados conhecidos. A espessura (h) foi adotada conforme a ABNT NBR 6118/2014 especifica, sendo adotada uma espessura (h) igual a 0,08 metros (m) para as lajes L1 a L5 e espessura (h) igual a 0,10 metros (m) para a laje L6 devido ao pré-requisito encontrado na ABNT NBR 6118/2014, item 13.2.4.1 no qual especifica a espessura mínima de acordo com sua utilização que é de um edifício residencial e apoio.

Figura 12: Conjunto de lajes a serem analisados



Fonte: Próprio Autor

Os métodos utilizados para o dimensionamento foram, por meio de Séries no qual se baseia o Método e tabelas de Bares no qual foi adaptada por Carvalho e Figueiredo (2016) para um coeficiente de Poisson (ν) igual a $\nu = 20$, Método e tabelas de Marcos que se baseia na Analogia de grelhas e para a realização do dimensionamento através do Método dos Elementos Finitos utilizamos o software Cypecad.

Utilizando as tabelas de Bares e Marcus, deve-se discretizar as lajes e analisá-las individualmente, conforme o apoio e o vínculo entre as lajes vizinhas.

3.1 Cargas atuantes nas lajes

Como cargas atuantes foram admitidas as cargas permanentes (g) e as cargas acidentais (q).

Cargas permanentes são aquelas que fazem parte do elemento da estrutura no qual está sendo analisado.

As cargas atuantes nas lajes L1 a L5 encontram-se na Tabela 5, as cargas atuantes na laje L6 encontram-se na Tabela 6, e os cálculos se encontram no apêndice 2.

Tabela 5: Cargas atuantes nas lajes L1 a L5

CARGAS ATUANTES NAS LAJES L1 A L5	CARGAS EM kN/m²
CARGAS PERMANENTES	
PESO PRÓPRIO	2,000
REVESTIMENTO SUPERIOR	0,975
REVESTIMENTO INFERIOR	0,420
CARGAS ACIDENTAIS	
EDIFÍCIO RESIDÊNCIA	1,500
TOTAL DE CARGAS	4,900

Fonte: Próprio Autor

Tabela 6: Cargas atuantes na laje L6

CARGAS ATUANTES NAS LAJES L6	CARGAS EM kN/m²
CARGAS PERMANENTES	
PESO PRÓPRIO	2,500
REVESTIMENTO SUPERIOR	0,555
REVESTIMENTO INFERIOR	0,420
CARGAS ACIDENTAIS	
EDIFÍCIO RESIDÊNCIA	1,500
TOTAL DE CARGAS	4,980

Fonte: Próprio Autor

3.2 Dimensionamento do conjunto de lajes

Para o dimensionamento através do método de Marcus os valores de l_x e l_y , sendo como l_x o menor vão da laje quando há igualdade de engaste, ou l_x na direção do maior número de engastes, para determinação de cada caso de acordo com o vínculo das lajes pode ser encontrado na figura 2 do item 2.2.2.

Para o dimensionamento através da tabela de bares foi admitido l_x como o menor vão e l_y como o maior vão da laje e para a determinação de cada caso de acordo com seu vínculo encontra-se na figura 11 do item 2.3.3.

Quando lambda (λ) não encontrado nas tabelas de Marcos e de Bares usou-se de cálculos de interpolação para encontrar dados mais exatos.

No dimensionamento através do software Cypecad foram consideradas as configurações originais de instalação

3.3 Cálculos

3.3.1 Método de Marcus

Utilizando as equações oferecidas pelo método de Marcus e os coeficientes retirados das tabelas, foram calculados os momentos fletores para a laje L1 a L6.

Quando lambda (λ) não encontrado nas tabelas de Marcos e de Bares usou-se de cálculos de interpolação para encontrar dados mais exatos.

Com os resultados obtidos através dos cálculos que se encontram no Apêndice 3 e foi elaborada a tabela 7 para uma análise mais rápida e eficaz, demonstrando os momentos encontrados.

Tabela 7: Demonstrativo dos momentos encontrados

Tabela de Momentos Marcus (Medidas em kN.m/m)						
	Altura (m)	I_x/I_y	$M_x(+)$	$M_y(+)$	$M_{xe}(-)$	$M_{ye}(-)$
L1	0,08	2,41	2,42	-	4,3	-
L2	0,08	1,91	0,77	0,21	1,55	0,42
L3	0,08	1,34	0,76	0,42	1,71	0,96
L4	0,08	0,76	0,65	0,99	1,62	2,1
L5	0,08	1,51	2,36	1,05	5,05	2,25
L6	0,10	2,33	0,64	-	1,13	-

Fonte: Próprio Autor

3.3.2 Método de Bares

Utilizando as equações desenvolvidas e utilizando os coeficientes retirados das tabelas de Bares, foram calculados os momentos fletores para a laje L1 a L6.

Quando lambda (λ) não encontrado nas tabelas de Marcos e de Bares usou-se de cálculos de interpolação para encontrar dados mais exatos.

Com os resultados obtidos através dos cálculos que se encontram no Apêndice 4 e tabelas utilizadas através de Bares, foi elaborada a tabela 8 para uma análise mais rápida e eficaz, demonstrando os momentos encontrados.

Tabela 8: Demonstrativo dos momentos encontrados

Tabela de Momentos Bares (Medidas em kN.m/m)						
	Altura (m)	I_x/I_y	$M_x(+)$	$M_y(+)$	$X_x(-)$	$X_y(-)$
L1	0,08	2,41	2,618	0,509	4,39	-
L2	0,08	1,91	0,747	0,257	1,556	1,091
L3	0,08	1,34	0,872	0,506	1,908	1,539
L4	0,08	1,31	1,018	0,774	2,434	2,145
L5	0,08	1,51	2,338	1,02	5,163	3,918
L6	0,10	2,33	0,69	0,134	1,158	-

Fonte: Próprio Autor

3.4 Compatibilização dos momentos

Neste tópico iremos apresentar os cálculos utilizados para compatibilizar os momentos conforme o item 2.1.1.3 encontrados em cada laje vinculada por engaste.

3.4.1 Compatibilização dos momentos através das tabelas de Marcus

Foi desenvolvida a tabela 9, para uma análise mais eficaz dos resultados obtidos através da compatibilização proposta no item 2.1.1.3, os cálculos realizados para compatibilizar os momentos encontram-se no Apêndice 5.

Tabela 9: Dados obtidos através da compatibilização dos momentos

Momentos Compatibilizados Positivos				
Viga	Laje 1	Laje 2	Mx (kN.m/m)	My (kN.m/m)
	L1	L2	2,850	-
	L1	L3	2,850	-
	L1	L4	2,850	-
	L2	L3	-	0,516
	L3	L4	-	1,200
	L3	L5	2,866	-
	L4	L5	2,866	-
	L5	L6	-	1,275
Momentos Compatibilizados Negativos				
Viga	Laje 1	Laje 2	Mx (KN.m/m)	My (KN.m/m)
	L1	L2	3,440	-
	L1	L3	3,440	-
	L1	L4	3,440	-
	L2	L3	-	0,768
	L3	L4	-	1,680
	L3	L5	4,048	-
	L4	L5	4,048	-
	L5	L6	-	1,800

Fonte: Próprio Autor.

3.4.2 Compatibilização dos Momentos obtidos através das tabelas de Bares.

Foi desenvolvida a tabela 10, para uma análise mais rápida e eficaz dos resultados obtidos através da compatibilização proposta no item 3.4.2, os cálculos realizados para compatibilizar os momentos encontram-se no Apêndice 6.

Tabela 10: Dados obtidos através da compatibilização dos momentos

Momentos Compatibilizados Positivos				
Viga	Laje 1	Laje 2	Mx (KN.m/m)	My (KN.m/m)
	L1	L2	3,057	-
	L1	L3	3,057	-
	L1	L4	3,057	-
	L2	L3	-	0,960
	L3	L4	-	1,155
	L3	L5	2,855	-
	L4	L5	2,855	-
	L5	L6	-	1,592
Momentos Compatibilizados Negativos				
Viga	Laje 1	Laje 2	Xx (KN.m/m)	Xy (KN.m/m)
	L1	L2	3,512	-
	L1	L3	3,512	-
	L1	L4	3,512	-
	L2	L3	-	1,526
	L3	L4	-	1,963
	L3	L5	4,130	-
	L4	L5	4,130	-
	L5	L6	-	3,134

Fonte: Próprio Autor

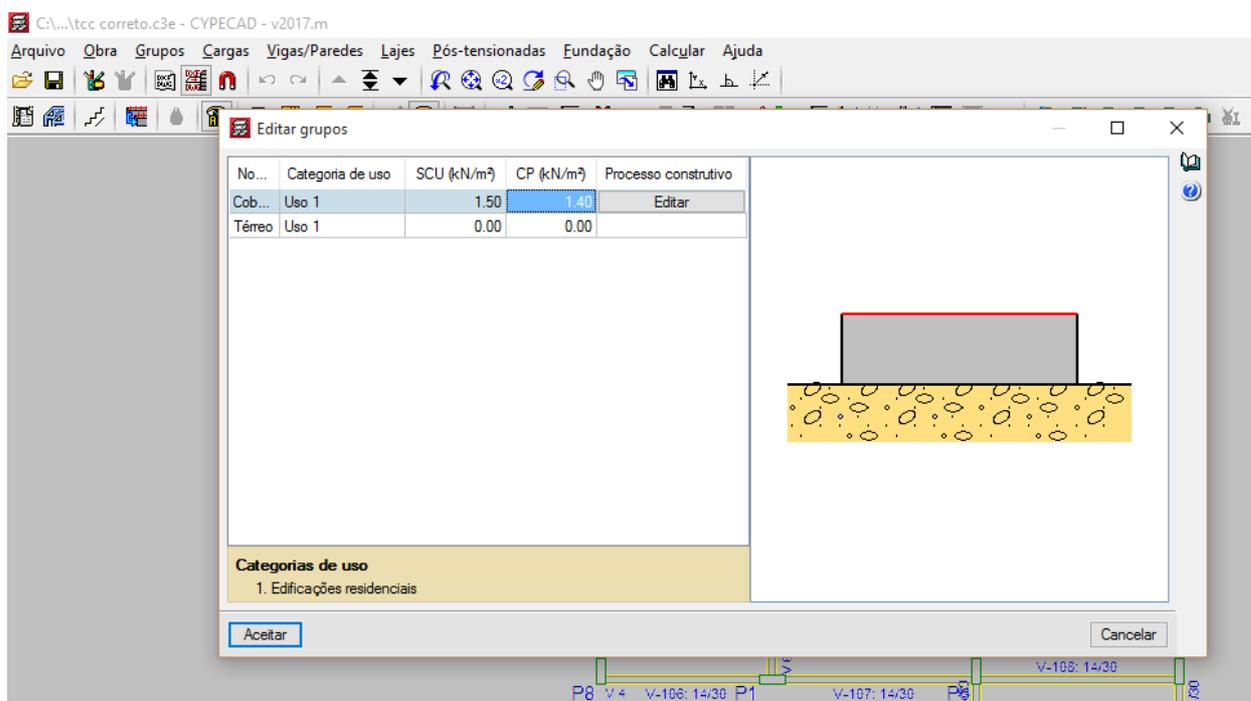
3.5 Análise através do software Cypecad.

O Cypecad utiliza do método dos elementos finitos para realizar seu dimensionamento, ele trata a estrutura como um todo e subdivide as lajes em pontos nodais para que se possa fazer uma análise mais profunda e real do comportamento da estrutura.

Iremos apresentar através de figuras, dados utilizados e introduzidos para que o software realize seus cálculos.

Na figura 30 Inserimos as cargas permanentes (g) 3,4 Kn/m² e cargas acidentais de utilização (q) foi de 1,5 kN/m², também foi definido a quantidade de pavimentos a ser analisados e a altura de cada um desses pavimentos. Decidimos optar por analisar um pavimento com altura de face a face da laje de 3 metros.

Figura 13: Cargas acidentais e cargas permanentes



Fonte: Software Cypecad.

Após a inserção da quantidade de pavimentos, as cargas atuantes e sua altura de face a face da laje, inserimos o tipo de concreto, de aço e agregado graúdo que será utilizado na execução do projeto. Para esse projeto utilizamos o concreto C30 e o

aço CA-50 e agregado graúdo de granito com 15 mm a sobre carga que o software obriga a considerar é a ação do vento na estrutura.

Figura 14: Materiais estruturais e sobrecarga

The screenshot shows the 'Dados gerais' (General Data) dialog box in the Cypecad software. The window title is 'Dados gerais' and it has a close button (X) and a help button (?). The 'Chave' (Key) is 'jesus 2' and the 'Descrição' (Description) is 'jesus 2'. The 'Normas' (Standards) field lists 'ABNT NBR 6118:2014, ABNT NBR 14762: 2010, ABNT NBR 8800:2008, NBR 7190 e Eurocódigo 9'. The dialog is divided into several sections:

- Concreto armado** (Reinforced Concrete):
 - Concreto** (Concrete):
 - Pisos: C30, em geral
 - Fundação: C30, em geral
 - Tubulões: C30, con.desfav.
 - Pilares: C30, em geral
 - Cortinas: C35, em geral
 - Características do agregado: Granito (15 mm)
 - Aço** (Steel):
 - Barras: CA-50
 - Parafusos: ISO 898.C4.6
- Perfis** (Profiles):
 - Aço** (Steel):
 - Laminados e soldados: A-36 250Mpa
 - Dobrados: CF-26
 - Madeira** (Wood):
 - Vigas: C20 - Vigotas: C20 - Estruturas 3D: C20
 - Alumínio extrudado** (Extruded Aluminum):
 - EN AW-5083 - F
- Ações** (Actions):
 - Carga permanente e sobrecarga (selected)
 - Com ação do vento
 - Com ação sísmica
 - Verificar resistência ao fogo
 - Estados limites (combinações)
 - Ações adicionais (cargas especiais)
- Coefficientes de flambagem** (Buckling Coefficients):
 - Pilares de betão e mistos: β_x 1.000, β_y 1.000
 - Pilares em aço: β_x 1.000, β_y 1.000
- Ambiente** (Environment):
 - Vigas: CAA I (Abertura máxima de fissura: 0.40 mm)
 - Blocos de coroamento: CAA I

At the bottom of the dialog, there is an 'Aceitar' (Accept) button.

Fonte: Software Cypecad.

Após a inserção dos dados o programa gera uma sequencia de relatórios e imagens com informações de deformações, momentos, esforços, taxa de aço e dentre outros, que se encontram no apêndice 1.

Tabela 11: Relatório de dados fornecido pelo Cypecad

Laje	Dir.	Altura	Momentos			Taxas de Armadura			Armadura de reforço		
			Esq.	Centro	Dir.	Esq.	Centro	Dir.	Sup. Esq.	Inf. Centro	Sup. Dir.
L1	X	0.08	-0.01	1.49	2.63	-0.00	0.78	1.38	-----	Ø4.2c/17.5	Ø4.2c/10
	Y		0.03	1.01	-0.03	0.02	0.53	-0.01	Ø4.2c/20	Ø4.2c/20	-----
L3	X	0.08	2.28	0.54	2.20	1.19	0.28	1.16	Ø5c/16	Ø4.2c/20	Ø4.2c/12
	Y		0.35	0.19	0.42	0.18	0.10	0.22	Ø4.2c/20	Ø4.2c/20	Ø4.2c/20
L4	X	0.08	2.73	1.72	0.02	1.43	0.90	0.01	Ø5c/13	Ø4.2c/15	Ø4.2c/20
	Y		2.01	0.98	-0.00	1.05	0.51	-0.00	Ø4.2c/13	Ø4.2c/20	-----
L2	X	0.08	1.67	0.48	0.26	0.87	0.25	0.14	Ø4.2c/15	Ø4.2c/20	Ø4.2c/20
	Y		0.54	0.29	0.10	0.28	0.15	0.05	Ø4.2c/20	Ø4.2c/20	Ø4.2c/20
L6	X	0.10	-0.01	1.89	-0.00	-0.00	0.79	-0.00	-----	Ø4.2c/17.5	-----
	Y		-----	0.25	2.11	-----	0.11	0.88	-----	Ø4.2c/20	Ø4.2c/15
L5	X	0.08	1.71	0.62	2.32	0.90	0.32	1.22	Ø4.2c/15	Ø4.2c/20	Ø5c/16
	Y		0.19	0.34	0.36	0.10	0.18	0.19	Ø4.2c/20	Ø4.2c/20	Ø4.2c/20

Fonte: Próprio autor adaptado do software Cypecad

4 ANÁLISE COMPARATIVA E RESULTADOS

4.1 Análise e comparativo dos momentos máximos encontrado

Para a comparação dos resultados foram feitas tabelas com os momentos máximos positivos e negativos em cada laje obtidos através dos métodos utilizados no capítulo 3. Com os momentos compatibilizados e com a taxa de armadura utilizada pelas lajes, para poder fazer uma análise e apontar as os critérios que mais se destacam:

Tabela 12: Comparativo dos momentos máximos

Comparativo dos Métodos Momentos Máximos (Medidas em kN.m/m)							
	Direção	Marcus		Bares		Cypecad	
Laje		M(+)	M(-)	M(+)	M(-)	M(+)	M(-)
L1	X	2,42	4,30	2,62	4,39	1,49	2,63
	Y	-----	-----	0,51	-----	1,01	-----
L2	X	0,77	1,55	0,26	1,10	0,48	1,67
	Y	0,21	0,42	0,75	1,56	0,29	0,54
L3	X	0,76	1,71	0,51	1,54	0,54	2,28
	Y	0,42	0,96	0,87	1,91	0,19	0,42
L4	X	0,65	1,62	0,77	2,14	1,72	2,73
	Y	0,99	2,10	1,02	2,43	0,98	2,01
L5	X	2,36	5,06	2,34	5,16	0,62	2,32
	Y	1,05	2,25	1,20	3,92	0,34	0,36
L6	X	0,64	1,13	0,13	-----	1,89	-----
	Y	-----	-----	0,69	1,16	0,25	2,11

Fonte: Próprio autor:

A análise do quadro ajuda a ter uma visão mais ampla dos momentos máximos positivos e negativos das estruturas, pode se observar que as tabelas de Marcus e Bares obtiveram resultados parcialmente equilibrados havendo pouca variação de momentos entre os métodos de dimensionamento.

Tabela 13: Comparativos dos momentos compatibilizados

Comparativo dos Métodos Momentos Máximos Compatibilizados (Medidas em kN.m/m)				
	Marcus		Bares	
Lajes	M(+)	M(-)	M(+)	M(-)
L1-L2	2,850	3,440	3,057	3,512
L1-L3	2,850	3,440	3,057	3,512
L1-L4	2,850	3,440	3,057	3,512
L2-L3	0,516	0,768	0,960	1,526
L3-L4	1,200	1,680	1,155	1,963
L3-L5	2,866	4,048	2,855	4,130
L4-L5	2,866	4,048	2,855	4,13
L5-L6	1,275	1,800	1,592	3,134

Fonte: Próprio autor.

A análise deste quadro propõe uma visão mais ampla dos momentos compatibilizados podendo apontar aonde foram as maiores discrepâncias entre as lajes, nota-se que os momentos compatibilizados têm pouca diferença entre os métodos de Marcus e Bares notando uma discrepância mais ressaltada no momento negativo da laje L2-L3 no método de Bares e um momento muito superior negativo na laje L6. Comparando os momentos compatibilizados das tabelas de Bares e Marcus nota-se uma diferença dos momentos compatibilizados em todas as lajes

Tabela 14: Comparativo das taxas de armadura

Comparativo das taxas de armaduras das Lajes (Medidas em cm ² /m)				
Lajes	Marcus		Bares	
	As(+)	As(-)	As(+)	As(-)
L1-L2	1,920	2,310	2,050	2,380
L1-L3	1,920	2,310	2,050	2,380
L1-L4	1,920	2,310	2,050	2,380
L2-L3	0,804	0,804	0,804	1,160
L3-L4	0,804	1,130	0,804	1,470
L3-L5	1,930	2,830	1,920	2,890
L4-L5	1,930	2,830	1,920	2,890
L5-L6	1,500	1,500	1,500	2,100

Fonte: Próprio autor.

A tabela 12 é um comparativo das taxas de armadura, apontando quantos cm²/m foi utilizado para o dimensionamento de cada laje, algumas lajes foram necessárias a utilização de armadura mínima, pois a mesma não oferecia os padrões de norma mínimos para poderem ser dimensionadas nota-se que a taxa de armadura pelos Métodos de Marcos e Bares possuem valores muito aproximados, havendo uma discrepância maior na armadura negativa do engaste da laje L5 com L6.

Tabela 15: Taxas de armadura fornecidos pelo Cypecad

Taxa de armadura Pelo CYPECAD (Medidas em cm²/m)					
	Dir.	Altura(m)	Sup. Esq.	Inf. Centro	Sup. Dir.
L1	X	0,08	-	1,180	1,960
	Y		0,700	0,830	-
L2	X	0,08	1,390	0,700	0,700
	Y		0,700	0,700	0,700
L3	X	0,08	1,870	0,700	1,760
	Y		0,700	0,700	0,700
L4	X	0,08	2,180	1,390	0,700
	Y		1,570	0,830	-
L5	X	0,08	1,390	0,700	1,870
	Y		0,700	0,700	0,700
L6	X	0,10	-	1,180	-
	Y		-	0,700	1,340

Fonte: Próprio autor.

5 CONCLUSÕES

O intuito do presente trabalho foi verificação dos momentos fletores máximos e mínimos e se realmente as discrepâncias dos resultados tiveram verdadeira significância. Com o Auxílio das tabelas de Marcus, Bares e o software CYPECAD foram realizados as análises necessárias para os comparativos dos mesmos, partindo deste ponto foram possíveis à compatibilização dos momentos para a obtenção das taxas de armaduras para cada laje, determinando se houve uma redução no consumo de aço podendo gerar algum déficit significativo.

Devido os métodos utilizados pelas tabelas de Bares e Marcus trabalhar com lajes discretizadas tratando-as individualmente, fez-se a compatibilização dos momentos para a partir dos momentos encontrados através da compatibilização, realizar os cálculos da taxa de armadura necessária.

Analisando os resultados das tabelas de Marcus e Bares, obteve-se momentos muito similares nos vãos, nota-se uma considerável discrepância na laje seis em seu momento negativo com um acréscimo superior à 50% de diferença do método de Marcus para Bares e nas lajes L2 e L3 com os momentos negativos compatibilizados, pelo método de Bares obteve uma carga negativa bem superior o que acarretou em um acréscimo de armadura. Por sua vez os valores de momentos fletores encontrados pelo software CYPECAD foram muito menores, acarretando em uma taxa de armadura muito menor do que os valores encontrados pelas tabelas.

Sendo assim ainda pode-se afirmar que os cálculos de momentos fletores máximos através de tabelas são muito úteis ainda para uma análise inicial ou um pré-dimensionamento, porém a análise que o software realiza na estrutura, trabalhando por meio dos elementos finitos analisando cada ponto nodal fornece uma segurança maior e uma gama de informações maiores e mais detalhadas.

Após todas as informações levantadas pode-se concluir que o método de tabelas que mais se aproxima dos resultados reais fornecidos pelos softwares é através das tabelas de Marcus por nos fornecer momentos fletores menores acarretando numa menor taxa de armadura.

Em caso de indisponibilidade de softwares ou meios computacionais para a realização dessas análises, os cálculos realizados por meio de tabelas são de grande auxílio, mas, deve-se ter muita atenção e conhecimento dos métodos para que não seja feito um superdimensionamento dessas estruturas.

6 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ADÃO, HERMELY, Concreto Armado, Novo Milênio Cálculo Prático e Econômico, 2ªed, Editora Interciência Ltda. Rio de Janeiro, 2010.

ARAÚJO, José Milton de. **Curso de Concreto Armado**. 2. Ed. Rio Grande: Dunas, 2010. 100 p. v. 2.

ARAÚJO, José Milton de. **Curso de Concreto Armado**. 2. Ed. Rio Grande: Dunas, 2010. 159 p. v. 2.

BANKI, André Luiz; COELHO, Jano d'Araujo. **Análise de lajes de concreto armado: parte I**. AltoQi Tecnologia, 2009.

Bares, R. Tablas para El cálculo de placas y vigas parede. Barcelona: Editorial Gustavo Gili, 1972.

BASTOS, Paulo Sérgio dos Santos. **Notas de Aula da disciplina de Estruturas de Concreto I – Lajes de Concreto**. Curso de graduação em Engenharia Civil. Universidade Estadual Paulista. Bauru, 2005.

CARVALHO, Roberto Chust; FIGUEIREDO FILHO, Jasson Rodrigues. **Cálculo e Detalhamento de Estruturas usuais de Concreto Armado**, segundo a NBR:6118/2014, 4ª.ed. Editora da Universidade Federal de São Carlos, UFSC, 2016.

CUNHA, Albino Joaquim Pimenta da; SOUZA, Vicente Custódio Moreira de. **Lajes em Concreto Armado e Protendido**. 2. Ed. Rio de Janeiro: UERJ, 1998.

FUSCO, Péricles B. **Estruturas de Concreto – Solicitações Normais**. Rio de Janeiro: Guanabara Dois, 1981. 464 p.

NBR 5739: Concreto - Ensaios de compressão de corpos-de-prova cilíndricos. Rio

de Janeiro, 2007.

NBR 6118: Projeto de estruturas de concreto – Procedimento. Rio de Janeiro, 2014.

NBR 6120: Ações e segurança nas estruturas - Procedimento. Rio de Janeiro, 2004.

NBR 7222: Concreto e argamassa - Determinação da resistência à tração por Compressão diametral de corpos de prova cilíndricos. Rio de Janeiro, 2010. 5 p.

NBR 8522: concreto – determinação do módulo estático de elasticidade à compressão. Rio de Janeiro, 2008.

NBR 12.142: Concreto - Determinação da resistência à tração na flexão de corpos de prova prismáticos. Rio de Janeiro, 2010.

PINHEIRO, Libânio M.. **Fundamentos do Concreto e Projeto de Edifícios**. São Carlos: Universidade de São Paulo, 2007.

RODRIGUES, Paulo Cesar. **Notas de Aula da disciplina de Estruturas de Concreto Armado I**. Curso de graduação em Engenharia Civil. 2. Ed. Universidade Regional do Noroeste do Estado do Rio Grande do Sul. Ijuí, 2011.

ANEXO A - Tabelas de Marcus – Caso 1

l_y	m_x	m_y	l_y	m_x	m_y
— l_x			— l_x		
1,00	27,4	27,4	1,50	13,9	31,3
1,01	27,0	27,4	1,51	13,8	31,4
1,02	26,5	27,4	1,52	13,7	31,6
1,03	26,0	27,4	1,53	13,6	31,8
1,04	25,6	27,5	1,54	13,5	31,9
1,05	25,1	27,5	1,55	13,4	32,1
1,06	24,6	27,5	1,56	13,3	32,3
1,07	24,2	27,5	1,57	13,2	32,4
1,08	23,7	27,5	1,58	13,1	32,6
1,09	23,2	27,6	1,59	13,0	32,8
1,10	22,8	27,6	1,60	12,9	33,0
1,11	22,4	27,6	1,61	12,8	33,2
1,12	22,1	27,7	1,62	12,7	33,4
1,13	21,8	27,7	1,63	12,6	33,6
1,14	21,4	27,8	1,64	12,5	33,8
1,15	21,1	27,8	1,65	12,4	34,0
1,16	20,8	27,8	1,66	12,4	34,2
1,17	20,4	27,9	1,67	12,3	34,4
1,18	20,1	27,9	1,68	12,2	34,6
1,19	19,8	27,9	1,69	12,1	34,8

1,20	19,4	28,0	1,70	12,0	35,0
1,21	19,2	28,1	1,71	12,0	35,2
1,22	19,0	28,2	1,72	11,8	35,5
1,23	18,7	28,3	1,73	11,8	35,7
1,24	18,5	28,4	1,74	11,7	35,9
1,25	18,2	28,4	1,75	11,7	36,2
1,26	18,0	28,5	1,76	11,6	36,4
1,27	17,7	28,6	1,77	11,5	36,7
1,28	17,5	28,7	1,78	11,5	36,9
1,29	17,2	28,8	1,79	11,4	37,1
1,30	17,0	28,8	1,80	11,4	37,4
1,31	16,8	28,9	1,81	11,4	37,6
1,32	16,7	29,0	1,82	11,3	37,8
1,33	16,5	29,1	1,83	11,3	38,1
1,34	16,3	29,2	1,84	11,2	38,3
1,35	16,1	29,3	1,85	11,2	38,5
1,36	16,0	29,5	1,86	11,1	38,8
1,37	15,8	29,6	1,87	11,1	39,0
1,38	15,6	29,7	1,88	11,0	39,2
1,39	15,4	29,8	1,89	11,0	39,5
1,40	15,2	29,9	1,90	11,0	39,7
1,41	15,1	30,0	1,91	10,9	40,0
1,42	14,9	30,2	1,92	10,9	40,2
1,43	17,8	30,3	1,93	10,8	40,5
1,44	14,7	30,5	1,94	10,8	40,8
1,45	14,5	30,6	1,95	10,8	41,0

1,46	14,4	30,7	1,96	10,7	41,3
1,47	14,3	30,9	1,97	10,7	41,6
1,48	14,1	31,0	1,98	10,6	41,8
1,49	14,0	31,2	1,99	10,6	42,1
1,50	13,9	31,3	2,00	10,6	42,3

Fonte: Rodrigues, (2011)

ANEXO B - Tabelas de Marcus – Casos 2A e 2B

ly	m _x	m _y	n _x	ly	m _x	m _y	n _x
— lx				— lx			
0,50	140,9	45,1	59,2	1,00	29,9	36,7	11,2
0,51	134,2	44,3	55,2	1,02	29,1	37,2	11,0
0,52	127,5	43,4	51,6	1,04	28,3	37,7	10,8
0,53	120,8	42,6	48,2	1,06	27,5	38,2	10,6
0,54	114,1	41,8	45,5	1,08	26,7	38,7	10,4
0,55	107,4	40,9	43,0	1,10	26,0	39,3	10,2
0,56	101,0	40,4	40,4	1,12	25,5	39,9	10,1
0,57	98,5	39,8	38,1	1,14	25,0	40,5	9,9
0,58	94,1	39,3	36,2	1,16	24,4	41,2	9,8
0,59	89,7	38,7	34,5	1,18	23,8	41,8	9,6
0,60	85,3	38,1	32,7	1,20	23,4	42,6	9,5
0,61	82,3	37,7	31,1	1,22	23,0	43,3	9,4
0,62	79,4	37,3	29,6	1,24	22,6	44,1	9,3
0,63	76,4	36,9	28,3	1,26	22,2	44,9	9,3
0,64	73,5	36,5	27,1	1,28	21,8	45,7	9,2
0,65	70,6	36,1	25,9	1,30	21,4	46,6	9,1
0,66	69,3	35,9	24,8	1,32	21,1	47,6	9,1
0,67	66,0	35,7	23,9	1,34	20,8	48,5	9,0
0,68	63,8	35,5	21,0	1,36	20,5	49,5	8,9
0,69	61,6	35,3	22,1	1,38	20,2	50,4	8,9
0,70	59,8	35,1	21,3	1,40	20,0	51,2	8,8
0,71	57,6	34,9	20,6	1,42	19,6	52,2	8,8
0,72	56,0	34,9	20,0	1,44	19,4	53,2	8,8

0,73	54,3	34,7	19,3	1,46	19,6	54,2	8,7
0,74	52,6	34,6	18,7	1,48	19,2	55,2	8,7
0,75	50,9	34,5	18,1	1,50	19,0	56,3	8,6
0,76	49,7	34,5	17,6	1,52	18,8	57,2	8,6
0,77	48,4	34,5	17,1	1,54	18,7	58,3	8,6
0,78	47,2	34,4	16,6	1,56	18,6	59,4	8,6
0,79	45,9	34,4	16,2	1,58	18,5	60,6	8,5
0,80	44,6	34,3	15,8	1,60	18,3	61,9	8,5
0,81	43,6	34,3	15,4	1,62	18,2	63,1	8,5
0,82	42,6	34,4	15,1	1,64	18,0	64,3	8,4
0,83	41,7	34,4	14,8	1,66	17,8	65,6	8,4
0,84	40,7	34,5	14,4	1,68	17,7	66,9	8,4
0,85	39,7	34,5	14,1	1,70	17,6	68,1	8,4
0,86	38,9	34,6	13,9	1,72	17,5	69,3	8,4
0,87	38,1	34,7	13,6	1,74	17,4	70,5	8,4
0,88	37,3	34,8	13,4	1,76	17,3	71,7	8,3
0,89	36,5	34,8	13,1	1,78	17,2	72,8	8,3
0,90	35,7	35,0	12,9	1,80	17,0	74,0	8,3
0,91	35,1	35,1	12,7	1,82	16,9	75,5	8,3
0,92	34,5	35,3	12,5	1,84	16,8	77,0	8,3
0,93	33,9	35,5	12,3	1,86	16,8	78,5	8,3
0,94	33,3	35,6	12,1	1,88	16,7	80,1	8,2
0,95	32,7	35,8	11,9	1,90	16,6	81,7	8,2
0,96	32,2	36,0	11,8	1,92	16,6	83,2	8,2
0,97	31,6	36,2	11,6	1,94	16,6	84,7	8,2
0,98	31,0	36,3	11,5	1,96	16,5	86,2	8,2
0,99	30,4	36,5	11,3	1,98	16,5	87,7	8,2
1,00	29,9	36,7	11,2	2,00	16,5	89,2	8,2

Fonte: Rodrigues, (2011)

ANEXO C - Tabelas de Marcus – Caso 3

l_y	m_x	m_y	n_x	'	l_y	m_x	m_y	n_x	n_y
$-$					$-$				
l_x					l_x				
1,00	37,1	37,1	16,0	16,0	1,50	20,6	46,4	9,6	21,6
1,01	36,5	37,2	15,7	16,0	1,51	20,5	46,8	9,5	21,8
1,02	35,9	37,2	15,4	16,0	1,52	20,4	47,1	9,5	22,0
1,03	35,3	37,3	15,1	16,1	1,53	20,3	47,5	9,4	22,2
1,04	34,7	37,3	14,9	16,1	1,54	20,2	47,8	9,4	22,4
1,05	34,1	37,4	14,6	16,1	1,55	20,0	48,2	9,4	22,6
1,06	33,5	37,4	14,4	16,2	1,56	19,9	48,5	9,3	22,8
1,07	32,9	37,5	14,1	16,2	1,57	19,8	48,9	9,3	23,0
1,08	32,3	37,5	13,9	16,2	1,58	19,7	49,2	9,2	23,2
1,09	31,7	37,6	13,7	16,3	1,59	19,6	49,6	9,2	23,4
1,10	31,1	37,6	13,5	16,3	1,60	19,5	49,9	9,2	23,7
1,11	30,6	37,7	13,3	16,3	1,61	19,4	50,3	9,2	23,9
1,12	30,2	37,8	13,1	16,4	1,62	19,3	50,7	9,1	24,1
1,13	29,8	38,0	12,9	16,5	1,63	19,2	51,0	9,1	24,3
1,14	29,4	38,1	12,8	16,6	1,64	19,1	51,4	9,1	24,5
1,15	29,0	38,2	12,6	16,7	1,65	19,0	51,8	9,1	24,8
1,16	28,6	38,4	12,4	16,7	1,66	19,0	52,2	9,0	25,0
1,17	28,2	38,5	12,3	16,8	1,67	18,9	52,6	9,0	25,2
1,18	27,8	38,6	12,2	16,9	1,68	18,8	53,0	9,0	25,4
1,19	27,4	38,8	12,0	17,0	1,69	18,7	53,4	9,0	25,6
1,20	27,0	38,9	11,9	17,1	1,70	18,6	53,8	8,9	25,9
1,21	26,7	39,1	11,8	17,2	1,71	18,5	54,2	8,9	26,1
1,22	26,4	39,3	11,6	17,3	1,72	18,4	54,7	8,9	26,4
1,23	26,1	39,5	11,5	17,4	1,73	18,4	55,1	8,9	26,6

1,24	25,9	39,7	11,4	17,6	1,74	18,3	56,6	8,9	26,9
1,25	25,7	39,9	11,3	17,7	1,75	18,2	56,0	8,8	27,1
1,26	25,4	40,0	11,2	17,8	1,76	18,2	56,5	8,8	27,4
1,27	25,1	40,2	11,1	17,9	1,77	18,1	56,9	8,8	27,6
1,28	24,8	40,4	11,0	18,0	1,78	18,0	57,4	8,8	27,9
1,29	24,5	40,6	10,9	18,1	1,79	18,0	57,8	8,8	28,1
1,30	24,2	40,8	10,8	18,3	1,80	17,9	58,2	8,8	28,4
1,31	24,0	41,0	10,7	18,4	1,81	17,8	58,7	8,8	28,6
1,32	23,8	41,3	10,6	18,6	1,82	17,8	59,2	8,7	28,9
1,33	23,6	41,5	10,6	18,7	1,83	17,7	59,6	8,7	29,2
1,34	23,4	41,8	10,5	18,9	1,84	17,7	60,1	8,7	29,5
1,35	23,2	42,0	10,4	19,0	1,85	17,6	60,6	8,7	29,7
1,36	23,0	42,3	10,4	19,2	1,86	17,6	61,0	8,7	30,0
1,37	22,8	42,5	10,3	19,3	1,87	17,5	61,5	8,7	30,3
1,38	22,6	42,6	10,2	19,5	1,88	17,5	62,0	8,6	30,6
1,39	22,3	43,0	10,1	19,6	1,89	17,4	62,4	8,6	30,9
1,40	22,1	43,3	10,1	19,8	1,90	17,4	62,9	8,6	31,2
1,41	22,0	43,6	10,0	19,9	1,91	17,3	63,4	8,6	31,4
1,42	21,8	43,9	10,0	20,1	1,92	17,3	63,9	8,6	31,7
1,43	21,7	44,2	9,9	20,3	1,93	17,3	64,4	8,6	32,0
1,44	21,5	44,5	9,9	20,5	1,94	17,2	64,9	8,6	32,2
1,45	21,4	44,8	9,8	20,6	1,95	17,2	65,4	8,6	32,5
1,46	21,2	45,1	9,8	20,8	1,96	17,1	65,9	8,5	32,8
1,47	21,1	45,4	9,7	21,0	1,97	17,1	66,4	8,5	33,0
1,48	20,9	45,7	9,7	21,2	1,98	17,0	66,9	8,5	33,3
1,49	20,8	46,0	9,6	21,4	1,99	17,0	67,4	8,5	33,6
1,50	20,6	46,4	9,6	21,6	2,00	17,0	67,9	8,5	33,9

Fonte: Rodrigues, (2011)

ANEXO D - Tabelas de Marcus – Casos 4A e 4B

l_y	m_x	m_y	n_x	l_y	m_x	m_y	n_x
— l_x				— l_x			
0,50	136,1	49,9	50,4	1,00	37,5	55,7	14,4
0,51	130,4	49,3	47,4	1,02	36,8	57,0	14,2
0,52	124,6	48,6	44,7	1,04	36,2	58,3	14,1
0,53	118,9	48,0	42,4	1,06	35,5	59,6	14,0
0,54	113,1	47,3	40,3	1,08	34,8	60,9	13,8
0,55	107,4	46,6	38,2	1,10	34,2	62,2	13,6
0,56	103,4	46,3	36,3	1,12	33,7	63,9	13,5
0,57	99,5	45,9	34,8	1,14	33,2	65,6	13,5
0,58	95,9	45,6	33,2	1,16	32,8	67,2	13,4
0,59	91,6	45,2	31,8	1,18	32,3	68,9	13,3
0,60	87,6	44,8	30,5	1,20	31,9	70,6	13,2
0,61	84,8	44,6	29,4	1,22	31,6	72,4	13,1
0,62	82,0	44,5	28,2	1,24	31,3	74,3	13,0
0,63	79,3	44,3	27,3	1,26	31,0	76,0	13,0
0,64	76,6	44,2	26,3	1,28	30,7	77,8	12,9
0,65	73,8	44,0	25,4	1,30	30,3	79,7	12,9
0,66	71,8	44,0	24,7	1,32	30,1	81,7	12,8
0,67	69,8	44,0	23,9	1,34	29,9	83,7	12,8
0,68	67,7	44,1	23,2	1,36	29,7	85,7	12,7
0,69	65,7	44,1	22,6	1,38	29,5	87,7	12,6
0,70	63,7	44,1	22,0	1,40	29,2	89,7	12,6
0,71	62,2	44,3	21,4	1,42	29,1	91,9	12,6
0,72	60,7	44,4	21,0	1,44	28,9	94,1	12,6
0,73	59,2	44,6	20,4	1,46	28,7	96,3	12,5

0,74	57,7	44,7	20,0	1,48	28,5	98,5	12,5
0,75	56,2	44,9	19,6	1,50	28,3	100,7	12,5
0,76	55,0	45,1	19,2	1,52	28,1	103,1	12,5
0,77	53,8	45,4	18,9	1,54	28,0	105,5	12,4
0,78	52,6	45,6	18,5	1,56	27,9	107,9	12,4
0,79	51,5	45,9	18,2	1,58	27,7	110,3	12,4
0,80	50,4	46,2	17,9	1,60	27,6	112,6	12,4
0,81	49,5	46,5	17,6	1,62	27,5	115,2	12,4
0,82	48,6	46,9	17,3	1,64	27,4	117,8	12,3
0,83	47,8	47,2	17,1	1,66	27,3	120,4	12,3
0,84	46,9	45,6	16,8	1,68	27,2	122,9	12,3
0,85	46,0	48,0	16,6	1,70	27,1	125,4	12,3
0,86	45,3	48,4	16,4	1,72	27,0	128,1	12,3
0,87	44,6	48,9	16,2	1,74	27,0	130,8	12,3
0,88	43,9	49,3	16,0	1,76	26,9	133,5	12,3
0,89	43,2	49,8	15,9	1,78	26,8	136,3	12,3
0,90	42,5	50,2	15,7	1,80	26,7	139,1	12,2
0,91	42,0	50,7	15,5	1,82	26,6	143,0	12,2
0,92	41,4	51,2	15,4	1,84	26,5	145,9	12,2
0,93	40,9	51,7	15,2	1,86	26,5	148,8	12,2
0,94	40,1	52,2	15,1	1,88	26,4	151,7	12,2
0,95	39,7	52,8	14,9	1,90	26,4	153,6	12,2
0,96	39,2	53,3	14,8	1,92	26,3	156,7	12,2
0,97	38,8	53,9	14,7	1,94	26,3	159,7	12,2
0,98	38,1	54,6	14,6	1,96	26,2	162,8	12,2
0,99	37,9	55,1	14,5	1,98	26,1	165,8	12,2
1,00	37,5	55,7	14,4	2,00	26,1	168,9	12,1

Fonte: Rodrigues, (2011)

ANEXO E - Tabelas de Marcus – Casos 5A e 5B

ly — lx	mx	my	nx	ny	ly — lx	mx	my	nx	ny
0,50	246,4	71,5	108,1	35,6	1,00	44,2	50,6	18,0	24,0
0,51	234,5	69,8	100,8	34,7	1,02	43,1	51,3	17,6	24,3
0,52	222,6	68,1	94,4	33,8	1,04	42,0	52,0	17,2	24,7
0,53	210,7	66,4	85,2	32,9	1,06	40,9	52,7	16,8	25,1
0,54	195,8	64,7	82,7	32,1	1,08	39,9	53,4	16,4	25,5
0,55	187,0	63,0	77,3	31,3	1,10	38,9	54,0	16,1	25,9
0,56	177,3	61,8	72,6	30,6	1,12	38,1	54,9	15,9	26,4
0,57	167,6	60,6	68,5	29,9	1,14	37,4	55,8	15,6	26,9
0,58	157,9	59,4	64,8	29,2	1,16	36,7	56,7	15,4	27,4
0,59	148,2	58,2	61,5	28,6	1,18	36,0	57,6	15,1	28,0
0,60	138,6	57,1	58,2	28,0	1,20	35,3	58,5	14,9	28,6
0,61	132,9	56,4	55,3	27,5	1,22	34,8	59,7	14,7	29,2
0,62	127,2	55,8	52,3	27,0	1,24	34,3	60,8	14,5	29,8
0,63	121,5	55,1	49,9	26,5	1,26	33,8	61,9	14,4	30,4
0,64	115,9	54,3	47,6	26,1	1,28	33,3	63,1	14,3	31,1
0,65	110,3	53,3	45,6	25,7	1,30	32,8	64,2	14,1	31,8
0,66	106,3	52,9	43,6	25,3	1,32	32,4	65,4	14,0	32,5
0,67	102,3	52,4	41,7	25,0	1,34	32,0	66,7	13,9	33,2
0,68	98,4	52,0	40,0	24,7	1,36	31,6	68,0	13,8	34,0
0,69	94,5	51,4	38,5	24,4	1,38	31,3	69,3	13,7	34,7
0,70	90,6	50,9	37,0	24,1	1,40	31,0	70,5	13,6	35,5
0,71	87,8	50,6	35,7	23,0	1,42	30,7	71,9	13,5	36,3
0,72	85,0	50,2	34,4	23,7	1,44	30,4	71,3	13,4	37,1

0,73	82,2	49,9	33,2	23,5	1,46	30,1	74,8	13,3	37,9
0,74	79,4	49,5	32,0	23,3	1,48	29,0	76,2	13,3	38,7
0,75	76,6	49,2	30,9	23,2	1,50	29,7	77,7	13,2	39,5
0,76	74,5	49,1	30,0	23,1	1,52	29,5	79,3	13,1	40,4
0,77	72,4	48,9	29,0	23,0	1,54	29,3	80,9	13,1	41,3
0,78	70,3	48,8	28,2	22,9	1,56	29,1	82,5	13,0	42,2
0,79	68,2	48,6	27,4	22,8	1,58	28,9	84,1	13,0	43,1
0,80	66,2	48,4	26,7	22,7	1,60	28,7	85,7	12,9	44,0
0,81	64,6	48,4	26,0	22,6	1,62	28,5	87,4	12,9	44,9
0,82	63,0	48,3	25,3	22,6	1,64	28,3	89,1	12,8	45,8
0,83	61,5	48,3	24,7	22,6	1,66	28,2	90,8	12,8	46,7
0,84	60,0	48,2	24,0	22,6	1,68	28,1	92,5	12,8	47,6
0,85	58,5	48,2	23,5	22,6	1,70	28,0	94,3	12,7	48,5
0,86	57,3	48,3	23,0	22,7	1,72	27,8	96,2	12,7	49,5
0,87	56,1	48,3	22,5	22,7	1,74	27,7	98,1	12,7	50,5
0,88	54,9	48,4	22,0	22,8	1,76	27,6	100,0	12,7	51,5
0,89	53,7	48,4	21,6	22,8	1,78	27,5	101,9	12,6	52,6
0,90	52,5	48,5	21,1	22,8	1,80	27,4	103,7	12,6	53,7
0,91	51,5	48,7	20,7	22,9	1,82	27,3	105,0	12,5	54,9
0,92	50,6	48,9	20,4	23,0	1,84	27,2	107,7	12,5	56,1
0,93	49,7	49,0	20,0	23,1	1,86	27,1	109,7	12,5	57,3
0,94	48,8	49,2	19,7	23,2	1,88	27,0	111,7	12,5	58,5
0,95	47,9	49,4	19,4	23,3	1,90	26,9	113,7	12,5	59,8
0,96	47,1	49,6	19,1	23,5	1,92	26,8	115,9	12,4	61,1
0,97	46,3	49,9	18,8	23,6	1,94	26,7	118,1	12,4	62,5
0,98	45,6	50,1	18,5	23,8	1,96	26,6	120,2	12,4	63,9
0,99	44,9	50,4	18,2	23,9	1,98	26,5	122,3	12,4	65,3
1,00	44,2	50,6	18,0	24,0	2,00	26,5	124,4	12,4	66,7

Fonte: Rodrigues, (2011)

ANEXO F - Tabelas de Marcus – Caso 6

l_y	m_x	m_y	n_x	n_y	l_y	m_x	m_y	n_x	n_y
$-$					$-$				
l_x					l_x				
1,00	55,7	55,7	24,0	24,0	1,50	32,0	72,2	14,4	32,3
1,01	54,8	55,8	23,6	24,0	1,51	31,9	72,8	14,3	32,6
1,02	53,9	55,9	23,1	24,0	1,52	31,7	73,4	14,3	32,9
1,03	53,0	55,9	22,7	24,1	1,53	31,6	74,0	14,2	33,2
1,04	52,1	56,0	22,3	24,1	1,54	31,4	74,6	14,2	33,6
1,05	51,2	56,1	21,9	24,2	1,55	31,3	75,2	14,1	33,9
1,06	50,3	56,2	21,7	24,2	1,56	31,1	75,8	14,0	34,2
1,07	49,4	56,3	21,2	24,3	1,57	31,0	76,4	14,0	34,5
1,08	48,5	56,4	20,9	24,3	1,58	30,8	77,0	14,0	34,9
1,09	47,6	56,5	20,5	24,4	1,59	30,6	77,6	13,9	35,2
1,10	46,8	56,6	20,2	24,4	1,60	30,5	78,2	13,8	35,5
1,11	46,2	56,8	20,0	24,5	1,61	30,4	78,8	13,8	35,8
1,12	45,6	57,0	19,7	24,6	1,62	30,3	79,5	13,7	36,1
1,13	45,0	57,3	19,4	24,7	1,63	30,2	80,2	13,7	36,5
1,14	44,4	57,5	19,2	24,8	1,64	30,1	80,8	13,7	36,8
1,15	43,8	57,7	18,9	25,0	1,65	30,0	81,5	13,6	37,1
1,16	43,2	58,0	18,7	25,1	1,66	29,9	82,2	13,6	37,5
1,17	42,6	58,2	18,4	25,2	1,67	29,8	82,8	13,6	37,8
1,18	42,0	58,4	18,2	25,3	1,68	29,7	83,5	13,5	38,1
1,19	41,4	58,7	18,0	25,4	1,69	29,6	84,2	13,5	38,5
1,20	40,9	58,9	17,8	25,6	1,70	29,4	84,9	13,5	38,8
1,21	40,5	59,2	17,6	25,7	1,71	29,3	85,6	13,4	39,1
1,22	40,1	59,6	17,4	25,9	1,72	29,2	86,4	13,4	39,5
1,23	39,7	59,9	17,3	26,0	1,73	29,1	87,1	13,4	39,9

1,24	39,3	60,3	17,1	26,2	1,74	29,0	87,9	13,3	40,2
1,25	38,9	60,6	16,9	26,4	1,75	29,0	88,6	13,3	40,6
1,26	38,5	61,0	16,8	26,6	1,76	28,9	89,4	13,3	41,0
1,27	38,1	61,3	16,6	26,8	1,77	28,8	90,1	13,2	41,3
1,28	37,7	61,7	16,5	27,0	1,78	28,7	90,9	13,2	41,7
1,29	37,3	62,0	16,4	27,2	1,79	28,6	91,6	13,2	42,1
1,30	36,9	62,4	16,2	27,4	1,80	28,5	92,5	13,1	42,5
1,31	36,6	62,8	16,1	27,6	1,81	28,4	93,2	13,1	42,9
1,32	36,3	63,3	16,0	27,8	1,82	28,3	94,0	13,1	43,3
1,33	36,0	63,7	15,9	28,0	1,83	28,2	94,7	13,1	43,8
1,34	35,7	64,2	15,8	28,3	1,84	28,1	95,5	13,0	44,2
1,35	35,5	64,6	15,6	28,5	1,85	28,0	96,2	13,0	44,6
1,36	35,2	65,0	15,5	28,7	1,86	28,0	97,0	13,0	45,1
1,37	34,9	65,5	15,4	29,0	1,87	27,9	97,7	13,0	45,5
1,38	34,6	65,9	15,3	29,3	1,88	27,8	98,5	13,0	45,9
1,39	34,3	66,4	15,2	29,5	1,89	27,7	99,2	12,9	46,4
1,40	34,1	66,8	15,1	29,7	1,90	27,7	100,0	12,9	46,8
1,41	33,9	67,3	15,0	30,0	1,91	27,6	100,9	12,9	47,2
1,42	33,7	67,9	15,0	30,2	1,92	27,6	101,8	12,9	47,6
1,43	33,5	68,4	14,9	30,5	1,93	27,5	102,7	12,9	48,0
1,44	33,3	69,0	14,8	30,7	1,94	27,5	103,6	12,8	48,4
1,45	33,1	69,5	14,8	31,0	1,95	27,5	104,5	12,8	48,8
1,46	32,9	70,0	14,7	31,3	1,96	27,4	105,4	12,8	49,2
1,47	32,7	70,6	14,6	31,5	1,97	27,4	106,3	12,8	49,6
1,48	32,5	71,1	14,	31,8	1,98	27,3	107,3	12,8	50,0
1,49	32,0	71,7	14,5	32,0	1,99	27,3	108,1	12,8	50,4
1,50	32,0	72,2	14,4	32,3	2,00	27,3	109,1	12,7	50,8

Fonte: Rodrigues, (2011)

ANEXO G - Tabela de Bares Caso 1, 2 e 3

λ	Caso 1		Caso 2			Caso 3		
	μ_x	μ_y	μ_x	μ_y	μ'_y	μ_x	μ'_x	μ_y
1,00	4,41	4,41	3,07	3,94	8,52	3,94	8,52	3,07
1,05	4,80	4,45	3,42	3,78	8,79	4,19	8,91	2,84
1,10	5,18	4,49	3,77	3,90	9,18	4,43	9,30	2,76
1,15	5,56	4,49	4,14	3,97	9,53	4,64	9,63	2,68
1,20	5,90	4,48	4,51	4,05	9,88	4,85	9,95	2,59
1,25	6,27	4,45	4,88	4,10	10,16	5,03	10,22	2,51
1,30	6,60	4,42	5,25	4,15	10,41	5,20	10,48	2,42
1,35	6,93	4,37	5,60	4,18	10,64	5,36	10,71	2,34
1,40	7,25	4,33	5,95	4,21	10,86	5,51	10,92	2,25
1,45	7,55	4,30	6,27	4,19	11,05	5,64	11,10	2,19

Fonte: Carvalho e Figueiredo (2016)

Tabela de Bares Caso 1, 2 e 3 continuação

λ	Caso 1		Caso 2			Caso 3		
	μ_x	μ_y	μ_x	μ_y	μ'_y	μ_x	μ'_x	μ_y
1,50	7,86	4,25	6,60	4,18	11,23	5,77	11,27	2,12
1,55	8,12	4,20	6,90	4,17	11,39	5,87	11,42	2,04
1,60	8,34	3,14	7,21	4,14	11,55	5,98	11,55	1,95
1,65	8,62	4,07	7,42	4,12	11,67	6,07	11,67	1,87
1,70	8,86	4,00	7,62	4,09	11,79	6,16	11,80	1,79
1,75	9,06	3,96	7,66	4,05	11,88	6,24	11,92	1,74
1,80	9,27	3,91	7,69	3,99	11,96	6,31	12,04	1,68
1,85	9,45	3,83	8,22	3,97	12,03	6,38	12,14	1,64
1,90	9,63	3,75	8,74	3,94	12,14	6,43	12,24	1,59
1,95	9,77	3,71	8,97	3,88	12,17	6,47	12,29	1,54
2,00	10,00	3,64	9,18	3,80	12,20	6,51	12,34	1,48
∞	12,57	3,77	9,18	3,80	12,20	7,61	12,76	1,48

Carvalho e Figueiredo (2016)

Tabela de Bares Caso 4, 5 e 6

λ	Caso 4				Caso 5			Caso 6		
	μ_x	μ'_x	μ_y	μ'_y	μ_x	μ_y	μ'_y	μ_x	μ'_x	μ_y
1,00	2,81	6,99	2,81	6,99	2,15	3,17	6,99	3,17	6,99	2,15
1,05	3,05	7,43	2,81	7,18	2,47	3,32	7,43	3,29	7,20	2,07
1,10	3,30	7,87	2,81	7,36	2,78	3,47	7,87	3,42	7,41	1,99
1,15	3,53	8,28	2,80	7,50	3,08	3,58	8,26	3,52	7,56	1,89
1,20	3,76	8,69	2,79	7,63	3,38	3,70	8,65	3,63	7,70	1,80
1,25	3,96	9,03	2,74	7,72	3,79	3,80	9,03	3,71	7,82	1,74
1,30	4,16	9,37	2,69	7,81	4,15	3,90	9,33	3,79	7,93	1,67
1,35	4,33	9,65	2,65	7,88	4,50	3,96	9,69	3,84	8,02	1,59
1,40	4,51	9,93	2,60	7,94	4,85	4,03	10,00	3,90	8,11	1,52
1,45	4,66	10,41	2,54	8,00	5,19	4,09	10,25	3,94	8,13	1,45
1,50	4,81	10,62	2,47	8,06	5,53	4,14	10,49	3,99	8,15	1,38

Carvalho e Figueiredo (2016)

Tabela de Bares Caso 4, 5 e 6 continuação

λ	Caso 4				Caso 5			Caso 6		
	μ_x	μ'_x	μ_y	μ'_y	μ_x	μ_y	μ'_y	μ_x	μ'_x	μ_y
1,55	4,93	10,82	2,39	8,09	5,86	4,16	10,70	4,03	8,20	1,34
1,60	5,06	10,99	2,31	8,12	6,18	4,17	10,91	4,06	8,25	1,28
1,65	5,16	11,16	2,24	8,14	6,48	4,14	11,08	4,09	8,28	1,23
1,70	5,27	11,30	2,16	8,15	6,81	4,12	11,24	4,12	8,30	1,18
1,75	5,36	11,43	2,11	8,16	7,11	4,12	11,39	4,14	8,31	1,15
1,80	5,45	11,55	2,04	8,17	7,41	4,10	11,43	4,15	8,32	1,11
1,85	5,53	11,57	1,99	8,17	7,68	4,08	11,65	4,16	8,33	1,08
1,90	5,60	11,67	1,93	8,18	7,95	4,04	11,77	4,17	8,33	1,04
1,95	5,67	11,78	1,91	8,19	8,21	3,99	11,83	4,17	8,33	1,01
2,00	5,74	11,89	1,88	8,20	8,47	3,92	11,88	4,18	8,33	0,97
∞	7,06	12,50	1,95	8,20	12,58	4,13	11,88	4,18	8,33	0,97

Carvalho e Figueiredo (2016)

Tabela de Bares Caso 7, 8 e 9

λ	Caso 7				Caso 8				Caso 9			
	μ_x	μ'_x	μ_y	μ'_y	μ_x	μ'_x	μ_y	μ'_y	μ_x	μ'_x	μ_y	μ'_y
1,00	2,13	5,46	2,60	6,17	2,60	6,17	2,13	5,46	2,11	5,15	2,11	5,15
1,05	2,38	5,98	2,66	6,46	2,78	6,47	2,09	5,56	2,31	5,50	2,10	5,29
1,10	2,63	6,50	2,71	6,75	2,95	6,76	2,04	5,65	2,50	5,85	2,09	5,43
1,15	2,87	7,11	2,75	6,97	3,09	6,99	1,98	5,70	2,73	6,14	2,06	5,51
1,20	3,11	7,72	2,78	7,19	3,23	7,22	1,92	5,75	2,94	6,43	2,02	5,59
1,25	3,43	8,81	2,79	7,36	3,34	7,40	1,85	5,75	3,04	6,67	1,97	5,64
1,30	3,56	8,59	2,77	7,51	3,46	7,57	1,78	5,76	3,13	6,90	1,91	5,68
1,35	3,76	8,74	2,74	7,63	3,55	7,70	1,72	5,75	3,25	7,09	1,86	5,69
1,40	3,96	8,88	2,71	7,74	3,64	7,82	1,64	5,74	3,38	7,28	1,81	5,70
1,45	4,15	9,16	2,67	7,83	3,71	7,91	1,59	5,73	3,48	7,43	1,73	5,71
1,50	4,32	9,44	2,63	7,91	3,78	8,00	1,53	5,72	3,58	7,57	1,66	5,72
1,55	4,48	9,68	2,60	7,98	3,84	8,07	1,47	5,69	3,66	7,68	1,60	5,72

Carvalho e Figueiredo (2016)

Tabela de Bares Caso 7, 8 e 9 continuação

λ	Caso 7				Caso 8				Caso 9			
	μ_x	μ'_x	μ_y	μ'_y	μ_x	μ'_x	μ_y	μ'_y	μ_x	μ'_x	μ_y	μ'_y
1,60	4,63	9,91	2,55	8,02	3,89	8,14	1,42	5,66	3,73	7,79	1,54	5,72
1,65	4,78	10,13	2,50	8,03	3,94	8,20	1,37	5,62	3,80	7,88	1,47	5,72
1,70	4,92	10,34	2,45	8,10	3,98	8,25	1,32	5,58	3,86	7,97	1,40	5,72
1,75	5,04	10,53	2,39	8,13	4,01	8,30	1,27	5,56	3,91	8,05	1,36	5,72
1,80	5,17	10,71	2,32	8,17	4,04	8,34	1,20	5,54	3,95	8,12	1,32	5,72
1,85	5,26	10,88	2,27	8,16	4,07	8,38	1,17	5,55	3,98	8,18	1,26	5,72
1,90	5,36	11,04	2,22	8,14	4,10	8,42	1,14	5,56	4,01	8,24	1,21	5,72
1,95	5,45	11,20	2,14	8,13	4,11	8,45	1,11	5,60	4,04	8,29	1,19	5,72
2,00	5,55	11,35	2,07	8,12	4,13	8,47	1,08	5,64	4,07	8,33	1,16	5,72
∞	7,07	12,50	2,05	8,12	4,18	8,33	1,09	5,64	4,19	8,33	1,17	5,72

Carvalho e Figueiredo (2016)

APÊNDICE 1

Relatório de momentos e armaduras

Altura em metros

Momentos em kN·m/m

Armaduras em cm²/m

Diâmetro de barra em mm

Espaçamento em cm

Laje	Dir.	Altura	Momentos			Taxas de Armadura			Armadura de reforço		
			Esq.	Centro	Dir.	Esq.	Centro	Dir.	Sup. Esq.	Inf. Centro	Sup. Dir.
L1	X	0.08	-0.01	1.49	2.63	-0.00	0.78	1.38	-----	Ø4.2c/17.5	Ø4.2c/10
	Y		0.03	1.01	-0.03	0.02	0.53	-0.01	Ø4.2c/20	Ø4.2c/20	-----
L3	X	0.08	2.28	0.54	2.20	1.19	0.28	1.16	Ø5c/16	Ø4.2c/20	Ø4.2c/12
	Y		0.35	0.19	0.42	0.18	0.10	0.22	Ø4.2c/20	Ø4.2c/20	Ø4.2c/20
L4	X	0.08	2.73	1.72	0.02	1.43	0.90	0.01	Ø5c/13	Ø4.2c/15	Ø4.2c/20
	Y		2.01	0.98	-0.00	1.05	0.51	-0.00	Ø4.2c/13	Ø4.2c/20	-----
L2	X	0.08	1.67	0.48	0.26	0.87	0.25	0.14	Ø4.2c/15	Ø4.2c/20	Ø4.2c/20
	Y		0.54	0.29	0.10	0.28	0.15	0.05	Ø4.2c/20	Ø4.2c/20	Ø4.2c/20
L6	X	0.10	-0.01	1.89	-0.00	-0.00	0.79	-0.00	-----	Ø4.2c/17.5	-----
	Y		-----	0.25	2.11	-----	0.11	0.88	-----	Ø4.2c/20	Ø4.2c/15
L5	X	0.08	1.71	0.62	2.32	0.90	0.32	1.22	Ø4.2c/15	Ø4.2c/20	Ø5c/16
	Y		0.19	0.34	0.36	0.10	0.18	0.19	Ø4.2c/20	Ø4.2c/20	Ø4.2c/20

Fonte: Próprio autor adaptado do software Cypecad

APÊNDICE 2

Cargas permanentes (g) na laje L6:

peso próprio da laje

$$25 \frac{KN}{m^3} \cdot 0,8 m = 2,0 KN/m$$

revestimento superior (argamassa de cimento e areia + cerâmica 40^a60)

$$0,04 m \cdot 21 \frac{KN}{m^3} + 0,135 \frac{KN}{m^2} = 0,975 KN/m^2$$

revestimento inferior (argamassa de cimento e areia)

$$0,02 m \cdot 21 \frac{KN}{m^3} = 0,42 KN/m^2$$

cargas permanentes totais

$$2,0 \frac{KN}{m^2} + 0,975 \frac{KN}{m^2} + 0,42 \frac{KN}{m^2} = 3,395 \cong 3,40 KN/m^2$$

Carga acidental de utilização (q) lajes L1 a L5:

Edifício residência

$$1,5 KN/m^2$$

Carga total (p) nas lajes L1 a L5:

$$p = g + q = 3,40 \frac{KN}{m^2} + 1,5 \frac{KN}{m^2} = 4,9 KN/m^2$$

Cargas permanentes (g) na laje L6:

peso próprio da laje

$$25 \frac{KN}{m^3} \cdot 0,1 m = 2,5 KN/m^2$$

revestimento superior (argamassa de cimento e areia + cerâmica 40^a60)=

$$0,02 \text{ m} \cdot 21 \frac{\text{KN}}{\text{m}^3} + 0,135 \frac{\text{KN}}{\text{m}^2} = 0,555 \text{ KN/m}^2$$

revestimento inferior (argamassa de cimento e areia)

$$0,02 \text{ m} \cdot 21 \frac{\text{KN}}{\text{m}^3} = 0,42 \text{ KN/m}^2$$

cargas permanentes totais

$$2,5 \frac{\text{KN}}{\text{m}^2} + 0,555 \frac{\text{KN}}{\text{m}^2} + 0,42 \frac{\text{KN}}{\text{m}^2} = 3,475 \cong 3,48 \text{ KN/m}^2$$

Carga acidental de utilização (q) lajes L6:

Edifício residência

$$1,5 \text{ KN/m}^2$$

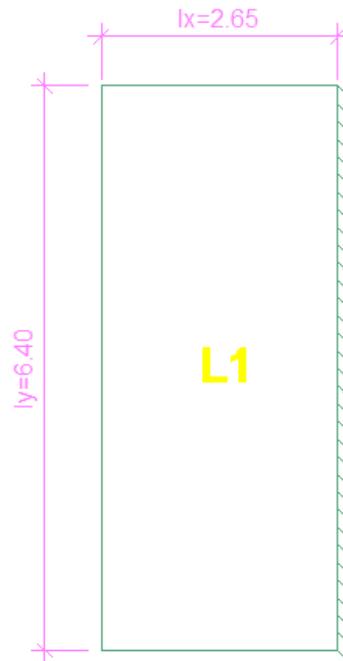
Carga total (p) nas lajes L6:

$$p = g + q = 3,48 \frac{\text{KN}}{\text{m}^2} + 1,5 \frac{\text{KN}}{\text{m}^2} = 4,98 \text{ KN/m}^2$$

APÊNDICE 3

Laje L1.

Figura 15: vista da laje de L1 de acordo com sua vinculação com as demais



Fonte: Próprio Autor

Parâmetro λ :

$$\lambda = \frac{l_x}{l_y} = \frac{6,40}{2,65} = 2,41$$

Quando $\lambda > 2$, a laje é armada em apenas uma direção, conforme item 2.2.1.13 apresentado neste trabalho.

Momentos fletores positivos:

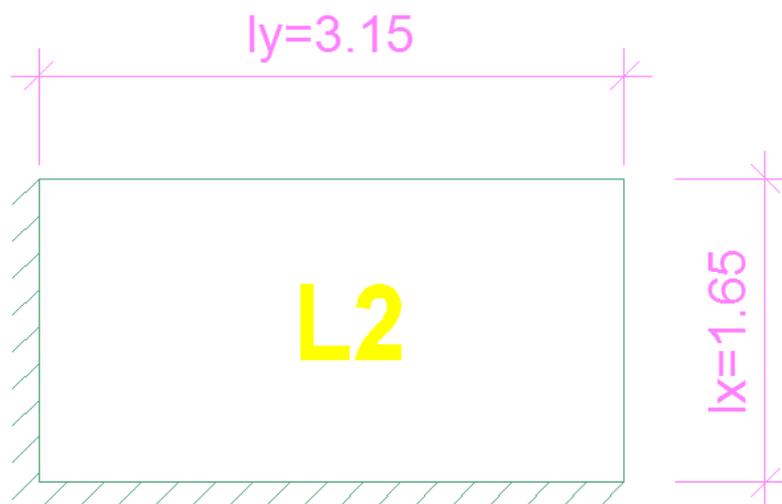
$$M = \frac{4,90 \cdot 2,65^2}{14,22} = 2,42 \text{KN} \cdot \text{m/m}$$

Momentos fletores negativos:

$$M_{xe} = -\frac{4,90 \cdot 2,65^2}{8} = -4,30 \text{KN.m/m}$$

Laje L2

Figura 16: Vista da laje L2 de acordo com sua vinculação com as demais



Fonte: Próprio Autor

Parâmetro λ :

$$\lambda = \frac{l_x}{l_y} = \frac{3,15}{1,65} = 1,91$$

Quando $\lambda < 2$, a laje é armada nas duas direções, conforme item 2.2.1.12 apresentado neste trabalho.

Momentos fletores positivos:

$$M_x = \frac{4,90 \cdot 1,65^2}{17,3} = 0,77 \text{KN.m/m}$$

$$M_y = \frac{4,90 \cdot 1,65^2}{63,4} = 0,21 \text{KN.m/m}$$

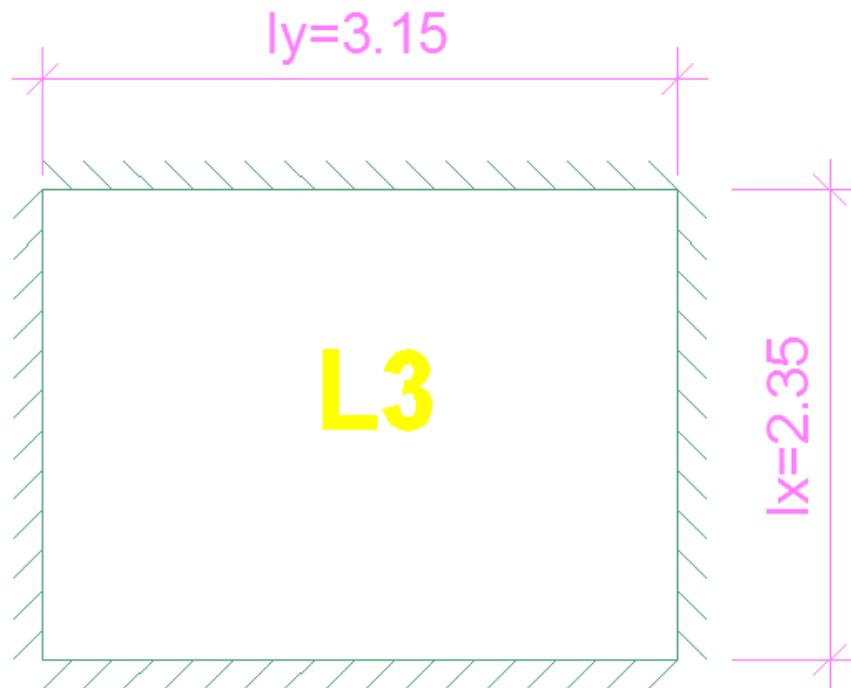
Momentos fletores negativos:

$$M_{xe} = -\frac{490 \cdot 1,65^2}{8,6} = -1,55 \text{KN.m/m}$$

$$M_{xy} = -\frac{4,90 \cdot 1,65^2}{31,4} = -0,42 \text{KNm/m}$$

Laje L3

Figura 17: Vista da laje L3 de acordo com sua vinculação com as demais



Fonte: Próprio Autor

Parâmetro λ :

$$\lambda = \frac{l_y}{l_x} = \frac{3,15}{2,35} = 1,34$$

Quando $\lambda < 2$, a laje é armada nas duas direções, conforme item 2.2.1.12 apresentado neste trabalho.

Momentos fletores positivos:

$$M_x = \frac{4,90 \cdot 2,35^2}{35,7} = 0,76 \text{KN.m/m}$$

$$M_y = \frac{4,90 \cdot 2,35^2}{64,2} = 0,42 \text{KN.m/m}$$

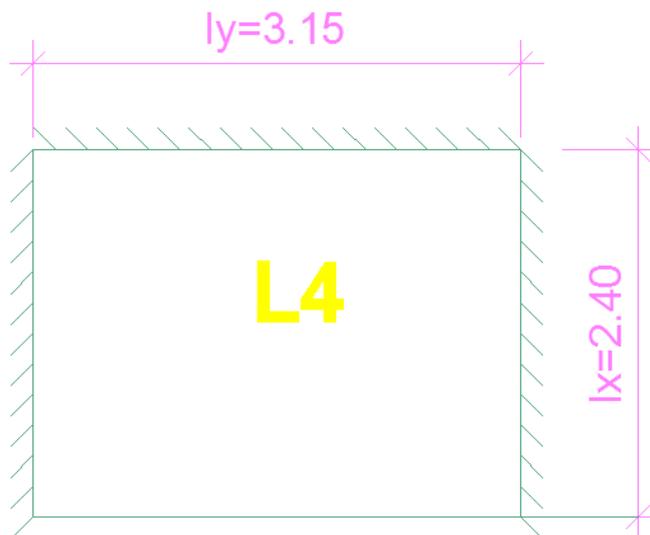
Momentos fletores negativos:

$$M_{xe} = -\frac{4,90 \cdot 2,35^2}{15,8} = -1,71 \text{KN.m/m}$$

$$M_{ye} = -\frac{4,90 \cdot 2,35^2}{28,3} = -0,96 \text{KN.m/m}$$

Laje L4

Figura 18: Vista da laje L4 de acordo com sua vinculação com as demais



Fonte: Próprio Autor

Parâmetro λ :

$$\lambda = \frac{l_y}{l_x} = \frac{2,40}{3,15} = 0,76$$

Quando $\lambda < 2$, a laje é armada nas duas direções, conforme item 2.2.1.12 apresentado neste trabalho.

Momentos fletores positivos:

$$M_x = \frac{4,90 \cdot 3,15^2}{74,5} = 0,65 \text{KN.m/m}$$

$$M_y = \frac{4,90 \cdot 3,15^2}{49,10} = 0,99 \text{KN.m/m}$$

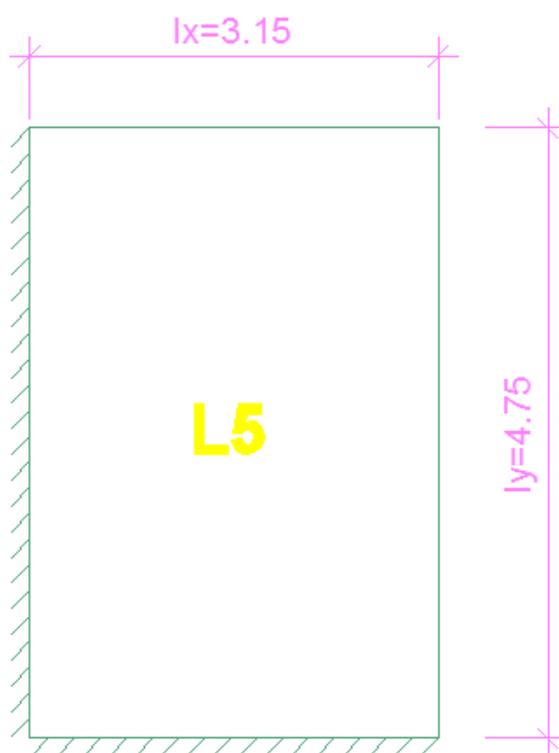
Momentos fletores negativos:

$$M_{xe} = -\frac{4,90 \cdot 3,15^2}{30} = -1,62 \text{KN.m/m}$$

$$M_{ye} = -\frac{4,90 \cdot 3,15^2}{23,1} = -2,10 \text{KN.m/m}$$

Laje L5

Figura 19: Vista da laje L5 de acordo com sua vinculação com as demais



Fonte: Próprio Autor

Parâmetro λ :

$$\lambda = \frac{l_y}{l_x} = \frac{4,75}{3,15} = 1,51$$

Quando $\lambda < 2$, a laje é armada nas duas direções, conforme item 2.2.1.12 apresentado neste trabalho.

Momentos fletores positivos:

$$M_x = \frac{4,90 \cdot 3,15^2}{20,6} = 2,36 \text{KN.m/m}$$

$$M_y = \frac{4,90 \cdot 3,15^2}{46,4} = 1,05 \text{KN.m/m}$$

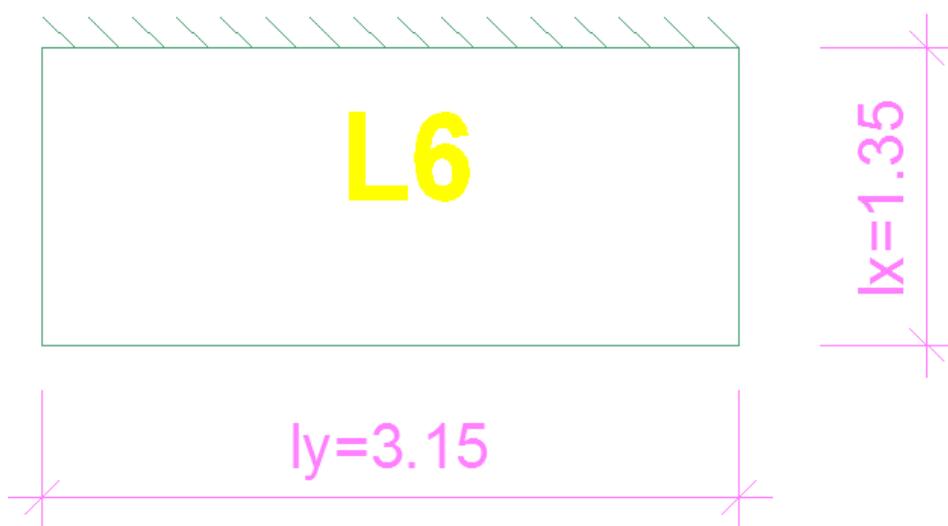
Momentos fletores negativos:

$$M_{xe} = -\frac{4,90 \cdot 3,15^2}{9,6} = -5,06 \text{ m/m}$$

$$M_{ye} = -\frac{4,90 \cdot 3,15^2}{21,6} = -2,25 \text{KN.m/m}$$

Laje L6

Figura 20: Vista da laje L6 de acordo com sua vinculação com as demais



Fonte: Próprio Autor

Parâmetro λ :

$$\lambda = \frac{l_y}{l_x} = \frac{3,15}{1,35} = 2,33$$

Quando $\lambda > 2$, a laje é armada em apenas uma direção, conforme item 2.2.1.13 apresentado neste trabalho.

Momentos fletores positivos:

$$M_x = \frac{4,98.1,35^2}{14,22} = 0,64KN.m/m$$

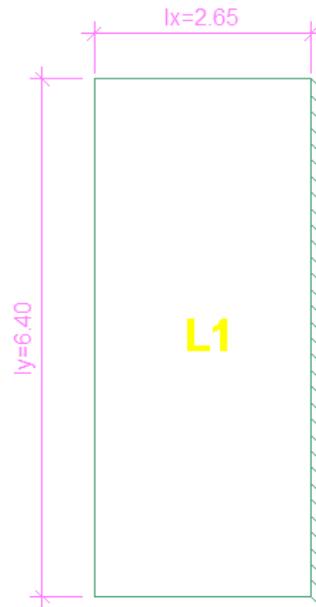
Momentos fletores negativos:

$$M_{xe} = -\frac{4,98.3,15^2}{8} = -1,13KN.m/m$$

APÊNDICE 4

Laje L1

Figura 21: Vista da laje L1 de acordo com sua vinculação com as demais



Fonte: Próprio Autor

Parâmetro λ :

$$\lambda = \frac{l_y}{l_x} = \frac{6,40}{2,65} = 2,41$$

Quando $\lambda > 2$, a laje é armada em apenas uma direção, conforme item 2.2.1.13 apresentado neste trabalho.

Momentos fletores positivos:

$$m_x = \frac{7,61 \cdot 4,90 \cdot 2,65^2}{100} = 2,618 \text{KN.m/m}$$

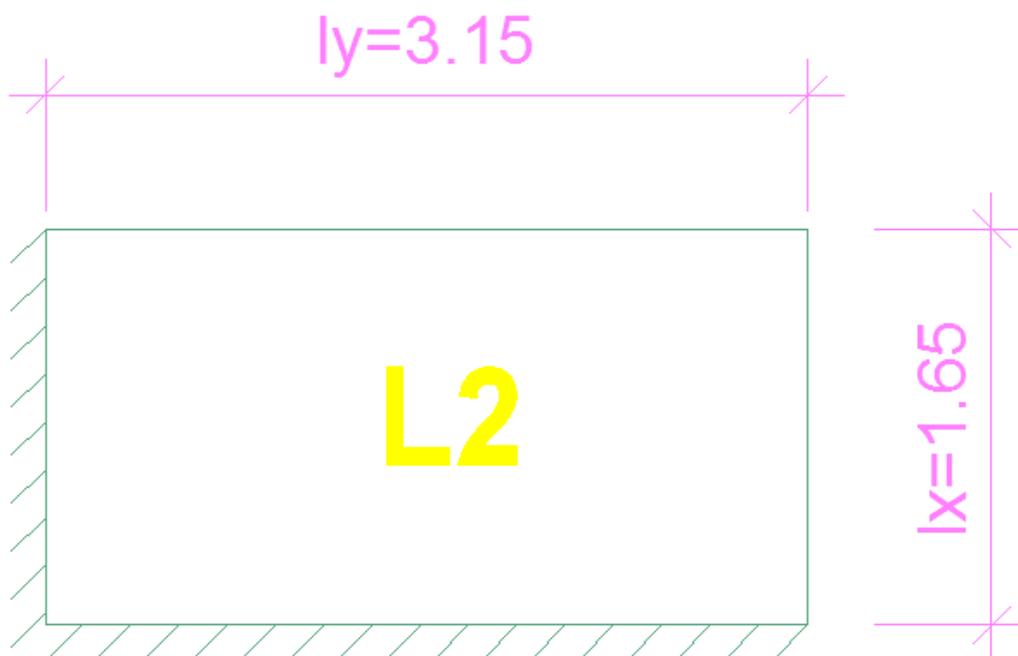
$$m_x = \frac{7,61 \cdot 4,90 \cdot 2,65^2}{100} = 2,618 \text{KN.m/m} \quad (2)$$

Momentos fletores negativos:

$$x_x = -\frac{12,76 \cdot 4,90 \cdot 2,65^2}{100} = -4,390 \text{KN.m/m}$$

Laje L2

Figura 22: Vista da laje L2 de acordo com sua vinculação com as demais



Fonte: Próprio Autor

Parâmetro λ :

$$\lambda = \frac{l_y}{l_x} = \frac{3,15}{1,65} = 1,91$$

Quando $\lambda < 2$, a laje é armada nas duas direções, conforme item 2.2.1.12 apresentado neste trabalho.

Momentos fletores positivos:

$$m_x = \frac{5,60 \cdot 4,90 \cdot 1,65^2}{100} = 0,747 \text{KN.m/m}$$

$$m_y = \frac{1,93 \cdot 4,90 \cdot 1,65^2}{100} = 0,257 \text{KN.m/m}$$

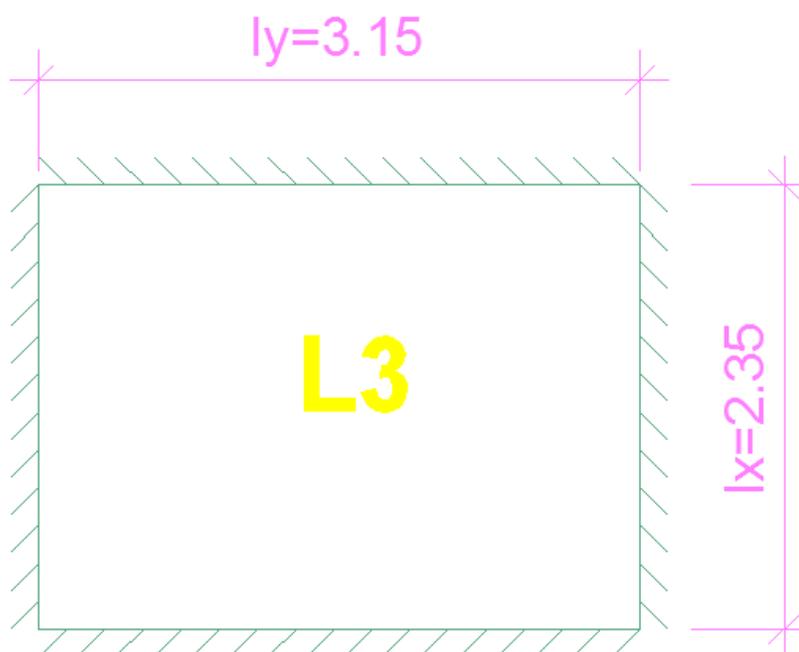
Momentos fletores negativos:

$$x_x = -\frac{11,67 \cdot 4,90 \cdot 1,65^2}{100} = -1,556 \text{KN.m/m}$$

$$x_y = -\frac{8,18 \cdot 4,90 \cdot 1,65^2}{100} = -1,091 \text{KN.m/m}$$

Laje L3

Figura 23: Vista da laje L3 de acordo com sua vinculação com as demais



Fonte: Próprio Autor

Parâmetro λ :

$$\lambda = \frac{l_y}{l_x} = \frac{3,15}{2,35} = 1,34$$

Quando $\lambda < 2$, a laje é armada nas duas direções, conforme item 2.2.1.12 apresentado neste trabalho.

Momentos fletores positivos:

$$m_x = \frac{3,226 \cdot 4,90 \cdot 2,35^2}{100} = 0,872 \text{KN.m/m}$$

$$m_y = \frac{1,87.4,90.2,35^2}{100} = 0,506KN.m/m$$

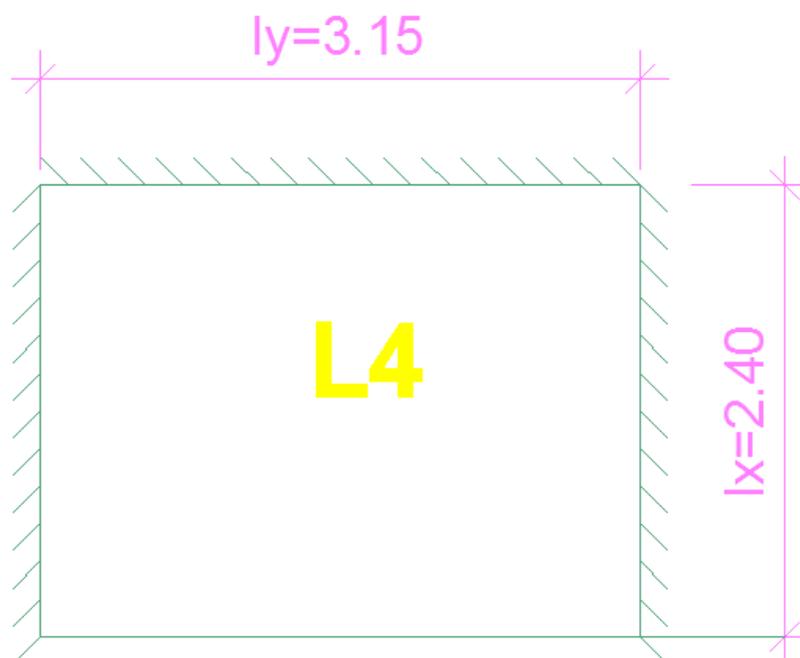
Momentos fletores negativos:

$$x_x = -\frac{7,052.4,90.2,35^2}{100} = -1,908KN.m/m$$

$$x_y = -\frac{5,688.4,90.2,35^2}{100} = -1,539KN.m/m$$

Laje L4

Figura 24: Vista da laje L4 de acordo com sua vinculação com as demais



Fonte: Próprio Autor

Parâmetro λ :

$$\lambda = \frac{l_y}{l_x} = \frac{3,15}{2,40} = 1,312$$

Quando $\lambda < 2$, a laje é armada nas duas direções, conforme item 2.2.1.12 apresentado neste trabalho.

Momentos fletores positivos:

$$m_x = \frac{3,607.4,90.2,40^2}{100} = 1,018 \text{KN.m/m}$$

$$m_y = \frac{2,762.4,90.2,40^2}{100} = 0,774 \text{KN.m/m}$$

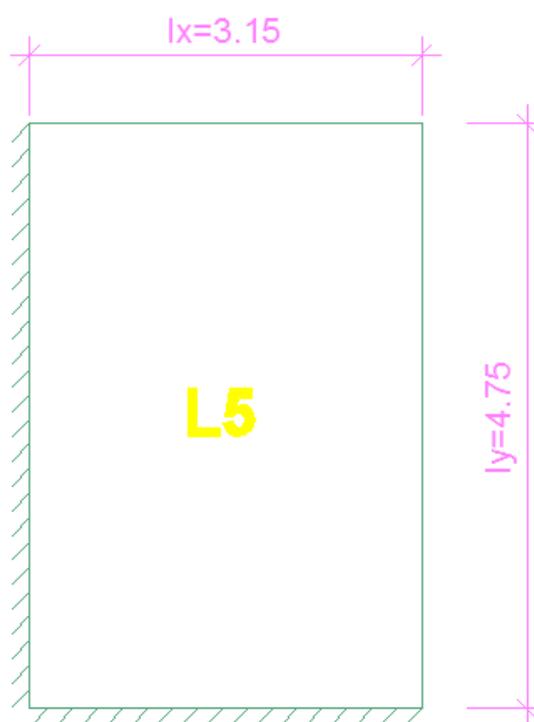
Momentos fletores negativos:

$$x_x = -\frac{8,625.4,90.2,40^2}{100} = -2,434 \text{KN.m/m}$$

$$x_y = -\frac{8,625.4,90.2,40^2}{100} = -2,434 \text{KN.m/m}$$

Laje L5

Figura 25: Vista da laje L5 de acordo com sua vinculação com as demais



Fonte: Próprio Autor

Parâmetro λ :

$$\lambda = \frac{l_y}{l_x} = \frac{4,75}{3,15} = 1,51$$

Quando $\lambda < 2$, a laje é armada nas duas direções, conforme item 2.2.1.12 apresentado neste trabalho.

Momentos fletores positivos:

$$m_x = \frac{4,81.4,90.3,15^2}{100} = 2,338KNm/m$$

$$m_y = \frac{2,47.4,90.3,15^2}{100} = 1,20KN.m/m$$

Momentos fletores negativos:

$$x_x = -\frac{10,62.4,90.3,15^2}{100} = -5,163KN.m/m$$

$$x_y = -\frac{8,06.4,90.3,15^2}{100} = -3,918KN.m/m$$

Laje L6

Figura 26: Vista da laje L6 de acordo com sua vinculação com as demais



Fonte: Próprio Autor

Parâmetro λ :

$$\lambda = \frac{l_y}{l_x} = \frac{3,15}{1,35} = 2,33$$

Quando $\lambda > 2$, a laje é armada em apenas uma direção, conforme item 2.2.1.13 apresentado neste trabalho.

$$m_x = \frac{7,61.4,98.1,35^2}{100} = 0,690KN.m/m$$

$$m_y = \frac{1,48.4,98.1,35^2}{100} = 0,134KN.m/m$$

Momentos fletores negativos:

$$x_x = -\frac{12,76.4,98.1,35^2}{100} = -1,158KN.m/m$$

APÊNDICE 5

Compatibilização dos Momentos obtidos através das tabelas de Marcus.

Lajes L1 e L2

Compatibilização na direção x:

Momentos máximos negativos:

$$M_x = \frac{4,30 + 1,55}{2} = 2,925KN.m/m$$

$$M_x = 4,30 \cdot 0,80 = 3,44KN.m/m$$

Portanto:

$$M_x = 3,44 KN.m/m$$

Momentos máximos positivos:

$$M_x = 2,42 + \frac{4,30 - 3,44}{2} = 2,85KN.m.m$$

Lajes L1 / L3

Compatibilização na direção x:

Momentos máximos negativos:

$$M_x = \frac{4,30 + 1,71}{2} = 3,005KN.m/m$$

$$M_x = 4,30 \cdot 0,80 = 3,44KN.m/m$$

Portanto:

$$M_x = 3,44 KN.m/m$$

Momentos máximos positivos:

$$M_x = 2,42 + \frac{4,30 - 3,44}{2} = 2,85KN.m.m$$

Lajes L1 / L4

Compatibilização na direção x:

Momentos máximos negativos:

$$M_x = \frac{4,30 + 1,62}{2} = 2,96 \text{KN. m/m}$$

$$M_x = 4,30 \cdot 0,80 = 3,44 \text{KN. m/m}$$

Portanto:

$$M_x = 3,44 \text{KN. m/m}$$

Momentos máximos positivos:

$$M_x = 2,42 + \frac{4,30 - 3,44}{2} = 2,85 \text{KN. m. m}$$

Lajes L2 / L3

Compatibilização na direção y:

Momentos máximos negativos:

$$M_y = \frac{0,42 + 0,96}{2} = 0,69 \text{KN. m/m}$$

$$M_y = 0,96 \cdot 0,80 = 0,768 \text{KN. m/m}$$

Portanto:

$$M_y = 0,768 \text{KN. m/m}$$

Momentos máximos positivos:

$$M_y = 0,42 + \frac{0,96 - 0,768}{2} = 0,516 \text{KN. m. m}$$

Lajes L3 / L4

Compatibilização na direção y:

Momentos máximos negativos:

$$M_x = \frac{0,960 + 2,10}{2} = 1,53 \text{KN. m/m}$$

$$M_y = 2,10 \cdot 0,80 = 1,68 \text{KN.m/m}$$

Portanto:

$$M_y = 1,68 \text{KN.m/m}$$

Momentos máximos positivos:

$$M_y = 0,99 + \frac{2,10 - 1,68}{2} = 1,20 \text{KN.m.m}$$

Lajes L3 / L5

Compatibilização na direção x:

Momentos máximos negativos:

$$M_x = \frac{1,71 + 5,06}{2} = 3,385 \text{KN.m/m}$$

$$M_x = 5,06 \cdot 0,80 = 4,048 \text{KN.m/m}$$

Portanto:

$$M_x = 4,048 \text{KN.m/m}$$

Momentos máximos positivos:

$$M_x = 2,36 + \frac{5,06 - 4,048}{2} = 2,866 \text{KN.m.m}$$

Lajes L4 / L5

Compatibilização na direção x:

Momentos máximos negativos:

$$M_x = (1,62 + 5,06)/2 = 3,34 \text{KN.m/m}$$

$$M_x = 5,06 \cdot 0,80 = 4,048 \text{KN.m/m}$$

Portanto:

$$M_x = 4,048 \text{ KN.m/m}$$

Momentos máximos positivos:

$$M_x = 2,36 + \frac{5,06 - 4,048}{2} = 2,866 \text{ KN.m/m} \quad ($$

Lajes L5 / L6

Compatibilização na direção y:

Momentos máximos negativos:

$$M_y = \frac{2,25 + 1,13}{2} = 1,69 \text{ KN.m/m}$$

$$M_y = 2,25 \cdot 0,80 = 1,80 \text{ KN.m/m}$$

Portanto:

$$M_y = 1,80 \text{ KN.m/m}$$

Momentos máximos positivos:

$$M_y = 1,05 + \frac{2,25 - 1,80}{2} = 1,275 \text{ KN.m.m}$$

APÊNDICE 6

Compatibilização dos momentos através das tabelas de Bares
Lajes L1 / L2

Compatibilização na direção x:

Momentos máximos negativos:

$$M_x = \frac{4,39 + 1,091}{2} = 2,740 \text{KN.m/m}$$

$$M_x = 4,39 \cdot 0,80 = 3,512 \text{KN.m/m}$$

Portanto:

$$M_x = 3,512 \text{KN} \cdot \frac{\text{m}}{\text{m}}$$

Momentos máximos positivos:

$$M_x = 2,618 + \frac{4,39 - 3,512}{2} = 3,057 \text{KN.m/m}$$

Lajes L1 / L3

Compatibilização na direção x:

Momentos máximos negativos:

$$M_x = \frac{4,39 + 1,539}{2} = 2,964 \text{KN.m/m}$$

$$M_x = 4,39 \cdot 0,80 = 3,512 \text{KN.m/m}$$

Portanto

$$M_x = 3,512 \text{KN.m/m}$$

Momentos máximos positivos:

$$M_x = 2,618 + \frac{4,39 - 3,512}{2} = 3,057 \text{KN.m/m}$$

Lajes L1 / L4

Compatibilização na direção x:

Momentos máximos negativos:

$$M_x = \frac{4,39 + 2,195}{2} = 3,267 \text{KN.m/m}$$

$$M_x = 4,39 \cdot 0,80 = 3,512 \text{KN.m/m}$$

Portanto:

$$M_x = 3,512 \text{KN.m/m}$$

Momentos máximos positivos:

$$M_x = 2,618 + \frac{4,39 - 3,512}{2} = 3,057 \text{KN.m/m}$$

Lajes L2 / L3

Compatibilização na direção y:

Momentos máximos negativos:

$$M_y = \frac{1,908 + 1,556}{2} = 1,732 \text{KN.m/m}$$

$$M_y = 1,908 \cdot 0,80 = 1,526 \text{KN.m/m}$$

Portanto:

$$M_y = 1,732 \text{KN.m/m}$$

Momentos máximos positivos:

$$M_y = 0,872 + \frac{1,908 - 1,732}{2} = 0,96 \text{KN.m/m}$$

Lajes L3 / L4

Compatibilização na direção y:

Momentos máximos negativos:

$$M_y = \frac{2,454 + 1,908}{2} = 2,181 \text{KN.m/m}$$

$$M_y = 2,454 \cdot 0,80 = 1,963 \text{KN.m/m}$$

Portanto:

$$M_y = 2,181 \text{KN.m/m}$$

Momentos máximos positivos:

$$M_y = 1,018 + \frac{2,454 - 2,181}{2} = 1,1545 \text{KN.m/m}$$

Lajes L3 / L5

Compatibilização na direção x:

Momentos máximos negativos:

$$M_x = \frac{5,163 + 1,539}{2} = 3,351 \text{KN.m/m}$$

$$M_x = 5,163 \cdot 0,80 = 4,130 \text{KN.m/m}$$

Portanto:

$$M_x = 4,130 \text{KN.m/m}$$

Momentos máximos positivos:

$$M_x = 2,338 + \frac{5,163 - 4,130}{2} = 2,8545 \text{KN.m/m}$$

Lajes L4 / L5

Compatibilização na direção x:

Momentos máximos negativos:

$$M = \frac{5,163 + 2,145}{2} = 3,654 \text{KN.m/m}$$

$$M_x = 5,163.0,80 = 4,130KN.m/m$$

Portanto

$$M_x = 4,130 KN.m/m$$

Momentos máximos positivos:

$$M_x = 2,338 + \frac{5,163 - 4,130}{2} = 2,854KN.m/m$$

Lajes L5 / L6.

Compatibilização na direção x:

Momentos máximos negativos:

$$M_y = \frac{3,918 + 1,158}{2} = 2,538KN.m/m$$

$$M_y = 3,918.0,80 = 3,134KN.m/m$$

Portanto

$$M_y = 3,134 KN.m/m$$

Momentos máximos positivos:

$$M_y = 1,20 + \frac{3,918 - 3,134}{2} = 1,592KN.m/m$$

